

Н.П. Свинолобов, В.Л. Бровкин

# Теоретические основы металлургической теплотехники

Учебное пособие



Рекомендовано Министерством  
образования и науки Украины в качестве  
учебного пособия для студентов высших  
учебных заведений по специальности  
"Промышленная теплотехника"

Дніпропетровськ  
"Пороги"  
2002

ББК 34.32

С 24

УДК 669.04:533:662.9(07)

**Свинолобов Н.П., Бровкин В.Л.**

С 24 Теоретические основы металлургической теплотехники: Учебное пособие для вузов. – Днепропетровск: Пороги, 2002. – 226 с.

Учебное пособие представляет из себя краткое изложение материала по теоретическим основам металлургической теплотехники. Включает основные части: механика газов, теплопередача, основы технологии нагрева и охлаждения тел, конвективный и лучистый теплообмен, топливо и его сжигание.

Предназначено для студентов вузов, обучающихся по специальности "Промышленная теплотехника".

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, що навчаються за спеціальністю "Промислова теплотехніка"

(лист Міністерства освіти і науки України  
№ 14/18.2-86 від 14.01.2002 р.)

Рецензенти:

Бородулін О.В. – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник Інституту чорної металургії Національної Академії Наук України (м. Дніпропетровськ);

Циганков Г.Т. – доктор технічних наук, професор, завідувачий кафедрою енергетики Українського державного хіміко-технологічного університету (м. Дніпропетровськ)

ISBN 000-000-000-0

© Свинолобов М.П., Бровкін В.Л., 2002

## Предисловие

При подготовке учебного пособия использованы материалы лекций, прочитанные профессором Свинолобовым Н.П. в Национальной металлургической академии Украины (НМетАУ).

Первоначально планировалось издание лекций по металлургической теплотехнике, включающее теоретические основы теплотехники и прикладной раздел по конструкциям металлургических печей и печного оборудования (горелки, теплообменники). Общий объем такого издания планировали в 125 - 175 страниц машинописного текста из расчета 54 - 72 часов лекций при 2 - 2,5 страницы на один час лекций. Однако в процессе работы обнаружилось, что в пособие должен быть включен не только тот материал, который излагается на лекциях, но и тот, который выносится на самостоятельное обучение, поскольку в учебном процессе используется элемент заочного обучения. Не вызывает сомнения: все, что изучается, должно находиться в одном месте, в противном случае прерывается логика изложения. Однако при этом значительно увеличивается объем пособия.

По этой причине большой объем материала прикладного характера по тепловой работе и конструкциям печей рекомендуется не включать в лекции, а вынести на практические занятия и на самостоятельное обучение. Также на самостоятельное обучение могут быть вынесены материалы описательного характера из теоретического раздела.

Что читать и как читать – извечная проблема в учебном процессе. Поэтому в пособии нельзя было не учесть традиции кафедры теплотехники и экологии металлургических печей (ТЭМП) НМетАУ при чтении теории нагрева и сжигания топлива. В частности, в пособии излагаются инженерная модель в теории теплопроводности в трактовке Семикина И.Д. – основателя кафедры и Днепропетровской школы теплотехников – а также понятия о коэффициенте использования химической теплоты топлива в рабочем пространстве печи, о тепловых мощностях, о длине факела и др.

Однако основные затруднения при чтении лекций и написании пособия связаны с первой частью: механика газов. Эта часть пособия нацелена на решение прикладных задач механики жидкости и газа, связанных с работой печи (организация дымовой тяги, подбор вентилятора, расчет истечения газов и струйных процессов при сжигании топлива и т.д.). Прикладной механике газов предшествует теоретическая механика газов, т.е. основные уравнения и методы их решения. К сожалению, система уравнений, описывающая движение реальной жидкости (уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности) не всегда решается, и потому из-за недостатка лекционных часов можно и не приводить эти уравнения на лекциях. Тем не менее, в учебном пособии желательно все же привести уравнения даже без

их вывода. Эта идея использована в данном пособии. Жизненный опыт подсказывает, что даже формальное знание уравнений и, самое главное, их назначения весьма полезно для решения практических задач. Также мы не выводим, например, уравнение Планка М. и закон Стефана-Больцмана, хотя они являются основой для расчета теплообмена излучения, который играет решающую роль в теплопередаче в высокотемпературных металлургических печах. Другими словами, авторы стремились к разумной достаточности, избегая перегрузки материала формальными математическими выкладками при получении конечных аналитических выражений и обращая основное внимание на физическое описание процессов. Желающих овладеть глубокими и профессиональными знаниями в области механики газов и теплопередачи мы отсылаем к фундаментальным работам [1, 5].

Большая роль в теплотехнике отводится критериям (числам) подобия, которые позволяют в безразмерном виде глобально обобщать и анализировать физические процессы. Метод вывода этих критериев подобия может быть использован при математическом описании любых металлургических процессов и поэтому в пособии приведена иллюстрация метода на примере вывода критериальных уравнений процесса движения реальной жидкости. В других случаях (конвективный теплообмен) критериальные уравнения приводятся без вывода.

Представления о толщине прогретого слоя в начальном (инерционном) периоде нагрева тел аналогичны понятиям о гидродинамическом и тепловом пограничным слоях, что говорит о "законности" изложения инженерной модели в теории теплопроводности. Метод же решения задач в инженерной теории теплопроводности также аналогичен методам Кармана и Кружилина в части постулирования распределения скоростей и температур по параболическому закону. Поэтому наряду с желательным описанием качественной картины образования пограничных слоев полезно привести и уравнения Кармана и Кружилина. Но поскольку длина трубопровода с ламинарным пограничным слоем весьма мала относительно длины трубопровода с интенсивным турбулентным течением и не играет той роли, что играет начальный инерционный период в теории нагрева, то можно и не приводить эти уравнения на лекциях, а вынести их на самостоятельное обучение. Если ограничиться распределением скоростей по экспериментальным данным, то можно не приводить и уравнения Рейнольдса. Также можно опустить изложение картины распределения температур и тепловых потоков при различных условиях нагрева, изменение температуры поверхности тела в начальном инерционном периоде нагрева, уточненные диаграммы процесса нагрева, понятие о цепных реакциях.

Желая осветить качественную картину большинства процессов в металлургической теплотехнике, что является самым главным при чтении ознакомительного курса для металлургов, мы сознательно опустили вывод

многих уравнений (примером для нас служили Феймановские лекции по физике). При ограниченном числе лекционных часов нельзя при всех ухищрениях в учебном процессе прочесть все разделы "металлургической теплотехники" на самом высоком научном уровне, хотя вывод уравнений и формул способствует более глубокому усвоению знаний в любой дисциплине.

Отсутствие подробного изложения перечисленных разделов в механике газов и в теплопередаче, вывода многих формул, вынесение на самостоятельное обучение заведомо описательного материала приблизит оставшийся материал в учебном пособии к лаконичному конспекту лекций, в чем и заключается замысел данного пособия.

Авторы считают, что основной задачей при чтении лекций по теплотехнике является подготовка обучаемого к выполнению сначала курсового проекта, а затем дипломного проекта.

Несмотря на описательный характер изложения материала в пособии все же выводятся основные формулы для проведения расчетов в курсовом проекте (вывод дифференциального уравнения теплопроводности для пластины, цилиндра и шара, распределение температур в теле в регулярном режиме нагрева при постоянном тепловом потоке, расчет перепада температур и среднемассовой температуры тела, длительности нагрева теплотехнически тонких и массивных тел при постоянной температуре дыма, определение средней плотности поверхностного теплового потока).

Поскольку теплообмену излучением в высокотемпературных металлургических печах принадлежит решающая роль, раздел "Теплообмен излучением" изложен на высоком научном уровне. Приведена система уравнений для расчета теплообмена в простейшей печной системе "газ - кладка - металл", из которой вытекают общеизвестные формулы Тимофеева В.Н. и Семикина И.Д. для расчета коэффициента излучения в системах с адиабатной кладкой. Это позволяет провести экзамен и защиту курсового проекта по различным уровням обучения (усвоения знаний), когда оценка выставляется не за процент правильных ответов, а за ответы на вопросы различной сложности.

При всех упрощениях, изложенных выше, все же не так просто изложить материал в пособии. Авторы считают, что наличие пособия у каждого студента и использование современных средств для размножения рисунков позволяют значительно интенсифицировать лекционный процесс.

Авторы выражают искреннюю признательность своим коллегам по кафедре ТЭМП за помощь при работе над рукописью. Особо хотелось бы отметить заведующего кафедрой, профессора Губинского В.И. и доцента Литовченко Ю.Л., которые своими советами способствовали значительному улучшению содержания и изложения данного пособия.

## Введение

Теплотехника – научная дисциплина и отрасль техники, охватывающая методы получения теплоты, преобразования её в другие виды энергии, распределения, транспортирования, использования теплоты с помощью тепловых машин, аппаратов и устройств (промышленных и бытовых печей, паровых и водогрейных котлов, двигателей внутреннего сгорания и т.п.). Теплотехника включает в себя базовую (общую) часть, обычно называемую общей теплотехникой или теоретической теплотехникой и прикладную часть, соответствующую отрасли промышленности: металлургическая теплотехника, теплоэнергетика (теплотехника в энергетике), теплотехника стройматериалов и т.п. Такое разделение по отраслям обязано многообразию тепловых агрегатов. В данном учебном пособии рассматривается металлургическая теплотехника, прикладной частью которой являются металлургические печи.

Промышленная печь – устройство для тепловой обработки материалов.

Печи делят на пламенные и электрические. По технологическому назначению печи делят на следующие виды:

- 1) печи для удаления влаги из материала, например, сушильные печи;
- 2) нагревательные печи, например, нагревательные колодцы и методические печи;
- 3) обжиговые печи, например, печи для обжига известняка;
- 4) плавильные печи, например, мартеновские печи;
- 5) печи для разложения (диссоциации) и возгонки материалов, например, коксовые печи.

Для лучшего запоминания особенностей печей того или иного назначения надо уяснить себе место каждой печи в технологической цепочке металлургического завода. Традиционная (классическая) технологическая цепочка металлургического комбината представлена на рис. В1. На этом рисунке прямоугольниками обозначены основные типы (группы) печей, а овалами и кружочками - название используемого или образующегося материала. Для удобства пользования на схеме не показаны некоторые флюсующие материалы, используемые в ферросплавной, агломерационной, доменной и сталеплавильной печи, такие как: бой шамотного кирпича, плавиковый шпат, боксит, песок, марганцевая руда и некоторые другие.

В соответствии со схемой рис. В1 все металлургические печи условно делим на 3 группы:

- 1) группа печей для подготовки сырья;
- 2) группа плавильных печей;
- 3) группа нагревательных печей.

Это разделение сделано по логике технологической цепочки, а не по назначению печи. Так ферросплавная печь отнесена к печам для подготовки сырья, хотя и является плавильной по сути.

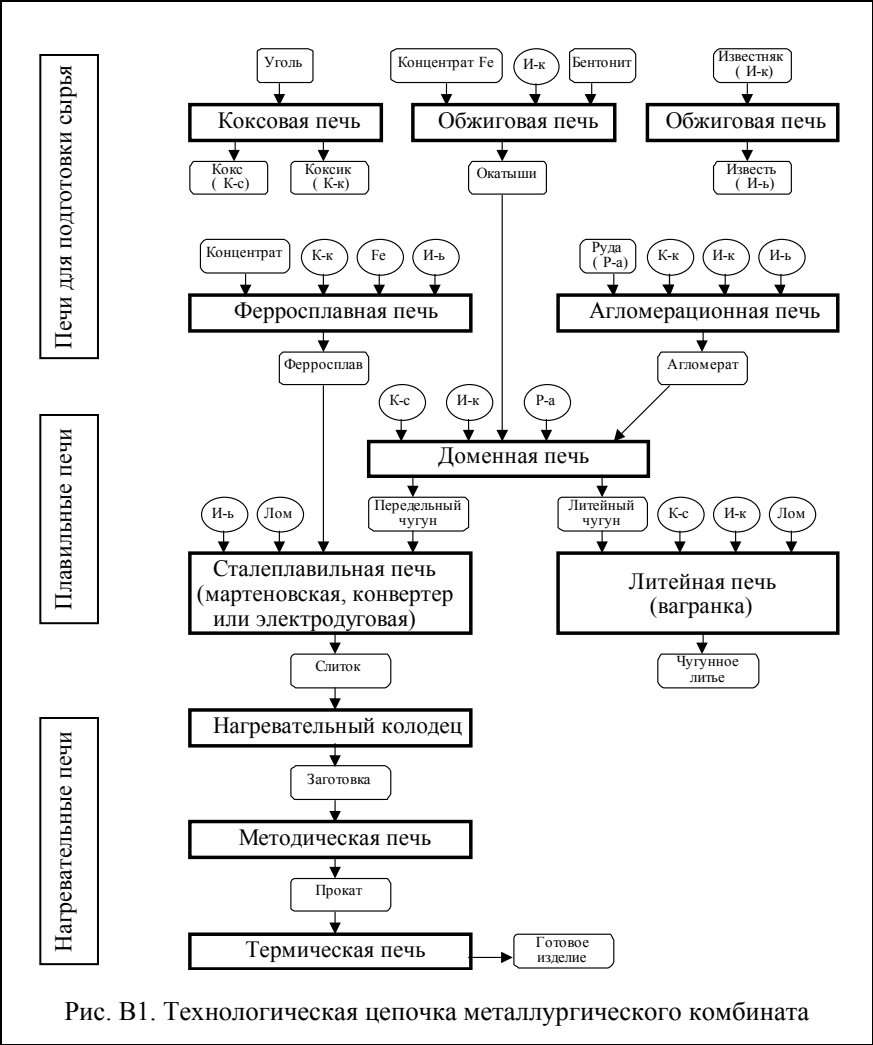


Рис. В1. Технологическая цепочка металлургического комбината

Наиболее распространенными являются нагревательные печи: на одну плавильную или обжиговую печь приходится 5-10 и более нагревательных, в том числе термических, печей.

Технологическая цепочка (рис. В1) постоянно совершенствуется. Например, всё шире используются, так называемые, печи металлизации, заменяющие коксовую и доменную печи. Постепенно, особенно при новом строительстве, нагревательные колодцы заменяются машинами непрерывного литья заготовок, чтобы исключить промежуточный продукт – слитки – перед получением заготовок. Практически каждое звено технологической цепочки в настоящее время подлежит критическому разбору и есть варианты замены или слияния звеньев.

Разберем основные элементы печей на примере камерной нагревательной печи (рис. В2):

1) металлический каркас – устройство для фиксации элементов печи при её разогреве;

2) футеровка (огнеупорная кладка) – ограждение высокотемпературной зоны, состоящее из стен, свода и подины. Служит для отделения рабочей камеры от окружающего пространства и для уменьшения тепловых потерь. Уменьшение тепловых потерь позволяет получать высокую температуру внутри печи;

3) рабочее пространство печи – замкнутый объем, в котором располагается нагреваемый материал;

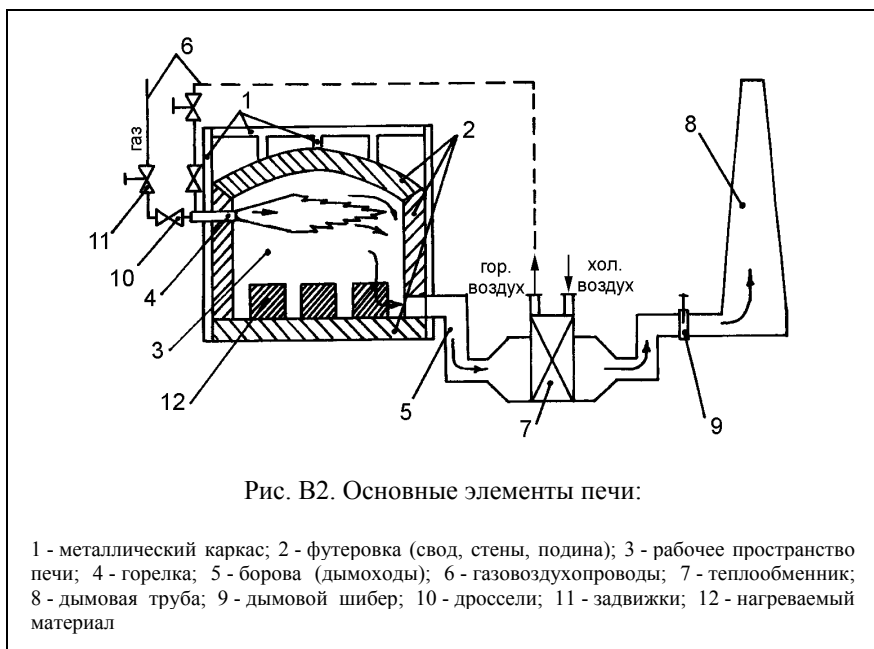
4) тепловырабатывающие устройства – устройства для подачи энергии в рабочее пространство печи и преобразования ее в теплоту. Устройства для сжигания газообразного и пылевидного твердого топлива называются горелками, для сжигания жидкого топлива – форсунками, для сжигания твердого топлива в слое – топками. Устройства для преобразования электрической энергии в теплоту называются термоэлектрическими нагревателями (ТЭНы);

5) борова (дымоходы) – дымоотводящие каналы. Служат для удаления продуктов горения из рабочего пространства печи в дымовую трубу;

6) газозовдухопроводы – трубопроводная система для подачи газа и воздуха к горелкам;

7) теплообменник – устройство для нагрева воздуха и топлива за счет теплоты, уносимой продуктами горения из рабочего пространства печи (рекуператор или регенератор), а также за счет сжигания дополнительного топлива (воздухонагреватель доменной печи). В рекуператоре дым передает теплоту воздуху (газу) через тонкую керамическую или металлическую разделительную стенку. Дым и воздух (газ) находятся в рекуператоре одновременно. В регенераторе дым и воздух (газ) движутся по одним и тем же каналам: сначала пропускают дым и теплота передается от дыма керамической насадке, а затем пропускают воздух (газ), который принимает теплоту от насадки. Нагрев воздуха (газа) в теплообменнике позволяет получить высокую температуру в рабочем пространстве печи и снизить расходы топлива;





8) дымовая труба – устройство для удаления дыма из рабочего пространства печи в атмосферу. Дымовая труба выполняет две функции: теплотехническую (создание необходимого разрежения) и экологическую (рассеивание вредных выбросов);

9) дымовой шибер – устройство с центральным элементом в виде пластины для регулирования давления дыма в рабочем пространстве печи путем перекрытия поперечного сечения борова. В период максимальной подачи топлива в печь шибер находится в верхнем крайнем положении, т.е. максимально открыт. Шибер служит также для отключения печи от дымовой трубы во время ремонтов печи;

10) дроссели и 11) задвижки – устройства для регулирования расхода газов. Дроссель – устройство для плавного регулирования расхода воздуха и газа через горелки. Задвижка – устройство для отключения газозовдухопроводов от печи на время её ремонта;

12) нагреваемый материал;

13) тягодутьевые устройства: вентиляторы, компрессоры, дымососы. Служат для подвода к печи газа и воздуха и отвода от печи дыма на дымовую трубу.

Перечисленные основные элементы присущи большинству известных печей. В отдельных печах встречаются дополнительные элементы. Напри-

мер, перекидные устройства (клапаны Фортера и Симплекса) в печах регенеративного типа, транспортирующие устройства для перемещения подины в кольцевых, роликовых печах и печах с шагающими балками и другие устройства.

Для правильного расчета, конструирования и эксплуатации печей необходимо понимать сущность процессов, проходящих как в рабочем пространстве печи, так и в её элементах.

Одними из основных вопросов печной теплотехники являются определение длительности нагрева материала до заданных параметров и определение расхода топлива на печь.

Длительность нагрева определяется условиями теплопередачи в рабочем пространстве печи нагреваемому материалу. Как известно из курса физики, теплота распространяется путем теплопроводности, конвекции и излучения. Применение известных законов теплопередачи к решению практических вопросов расчета печных процессов является основной задачей теоретической металлургической теплотехники.

Теплопередача органически связана с сжиганием топлива, которое базируется на законах химии и физики. Создание высоких температур основано на закономерностях сжигания топлива, связанных с определением расхода воздуха, выхода дыма, геометрией факела и т.д. Для правильной организации подачи топлива и воздуха и для удаления продуктов горения, для эффективной организации конвективного теплообмена необходимо знание законов механики газов.

На основании современной физики явления природы можно описать и исследовать на основе феноменологического и статистического методов.

Метод описания процессов, игнорирующий микроскопическую структуру вещества и рассматривающий его как сплошную среду (континуум), называется феноменологическим. В статистическом методе среда рассматривается как некоторая физическая система, состоящая из большого числа молекул, ионов и электронов с заданными свойствами и законами взаимодействия. В дальнейшем изложении мы будем придерживаться феноменологического метода.

Феноменологический метод позволяет использовать математическое определение понятия бесконечно малой величины для описания процесса. Считается, что любой бесконечно малый объем  $dV$  твердого, жидкого и газообразного тела имеет определенную плотность и обладает свойством теплопроводности, теплоемкости, вязкости и другими подобными свойствами. Хотя на самом деле между ядром и электронами имеет место особый вид материи, обладающей особыми свойствами.

Таким образом, в технике изучается модель тела. Все механические характеристики (скорость, плотность, давление) как функции координат в пространстве, предполагаются непрерывными и дифференцируемыми.

Газы и жидкости отличаются от твердых тел легкой подвижностью частиц и занимают форму сосуда. Жидкость может течь под действием собственного веса.

Реальные жидкости (вода), как известно из курса физики, практически несжимаемы, т.е. с увеличением давления плотность жидкости практически остается неизменной. В газах с изменением давления и особенно температуры изменяется плотность. Однако в реальных печных системах давление изменяется незначительно (относительно атмосферного) и изменением плотности газов можно пренебречь. Температура газов (воздуха, дыма) весьма сильно изменяется на коротком пути лишь в рекуператорах и регенераторах, а даже на значительных расстояниях в воздухопроводах, дымоходах изменяется незначительно. На таких участках печной системы можно пренебречь изменением плотности газов, т.е. газы считать несжимаемыми. Это рационально, т.к. математическое описание движения жидкости с постоянной плотностью проще, чем для сжимаемых газов.

Перечисленные положения лежат в основе данного учебного пособия.

Авторам трудно было решить, с чего начать изучение и изложение многогранного курса по теоретическим основам металлургической теплотехники, поскольку разные научные и учебные центры по-разному подходят к этому вопросу: одни начинают с топлива, другие – с теплопередачи. В соответствии с традициями кафедры ТЭМП НМетАУ и родственной кафедры Московского института стали и сплавов выбрана следующая структура: 1) механика газов; 2) теплопередача; 3) топливо и его сжигание, поскольку все-таки элементы механики газов лежат в основе и теплопередачи и сжигания топлива. В свою очередь, сжигание топлива базируется на законах теплопередачи.

## Часть 1. Механика газов

### Глава 1. Потенциальная и кинетическая энергия газов. Уравнение Бернулли

#### 1.1. Статическое и геометрическое давление

Силу, действующую по нормали к единице поверхности сосуда (канала), называют давлением и обозначают  $P$  [ $\text{Н/м}^2 = \text{Па}$ ]. Давление представляет результат динамического взаимодействия молекул газа с твердой поверхностью и зависит от количества газа в единице объема, от массы и скорости молекул, которая определяется температурой газа  $T$  [К].

Согласно закону Клапейрона-Менделеева

$$P \cdot V = M \cdot R \cdot T, \quad (1.1)$$

где  $V$  [ $\text{м}^3$ ] – объем сосуда или рабочего пространства печи, заполненный газом;  $M$  [кг] – масса газа в объеме  $V$ ;  $R = R_\mu / \mu$  [ $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ] – удельная газовая постоянная, отнесенная к 1 кг газа;  $R_\mu = 8314$  [ $\text{Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$ ] – универсальная газовая постоянная;  $\mu$  [ $\text{кг}/\text{кмоль}$ ] – масса 1 киломоля газа.

Атмосферное давление у поверхности Земли создано весом вышележащих слоев воздуха. За единицу атмосферного давления принимается давление воздуха на уровне мирового океана при  $T = 273 \text{ К} = 0^\circ \text{C}$ . Поэтому это давление называется физическим –  $P_{\text{атм}}^{\text{физ}}$ . Одна физическая атмосфера равна:  $101325 \text{ Па} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 10333 \text{ мм вод. ст.} = 10333 \text{ кгс/м}^2$ . Кроме этого, высокое давление часто измеряется в технических атмосферах –  $P_{\text{атм}}^{\text{тех}}$ :  $1 \text{ ат} = 98000 \text{ Па} = 735,6 \text{ мм рт. ст.} = 10000 \text{ кгс/м}^2$ .

В технике измеряют как абсолютное  $P_{\text{абс}}$ , так и избыточное давление  $P_{\text{изб}} = \Delta P = P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}}$ . При измерении давлений в технических атмосферах используются индексы "ата" ( $P_{\text{абс}} = P_{\text{ата}}$ ) и "ати" ( $P_{\text{изб}} = P_{\text{ати}}$ ). Если  $P_{\text{изб}} < 0$ , то его называют разрежением. Давление в технике создается вентилятором, воздуходувкой, компрессором, газодувкой.

В сосуде (рис. 1.1а), заполненном жидкостью, согласно закону Паскаля внешнее давление  $P_{\text{внеш}}$ , которое складывается из атмосферного давления ( $P_{\text{ат}}$ ) и давления поршня ( $P_{\text{порш}}$ ), во всех точках объема одно и то же. Разница в давлениях на различных горизонтах  $h$  обязана гидростатическому давлению  $P_{\text{гидр}}^h$ , создаваемому весом вышележащих слоев жидкости. Если пренебречь изменением плотности жидкости, то гидростатическое давление линейно изменяется по высоте сосуда:  $P_{\text{гидр}}^h = \rho \cdot g \cdot h$ . Сумму  $P_{\text{внеш}}$  и

$P_{\text{гидр}}^h$  называют статическим давлением  $P_{\text{ст}}$ . Гидростатическое давление одинаково во всех точках горизонта.

Аналогичная картина имеет место и при движении газа в каналах (рис. 1.1б), но только гидростатическое давление намного меньше внешнего давления и им обычно пренебрегают.

Размерность давления в виде  $H/m^2 = H \cdot m/m^3 = Дж/m^3$  позволяет трактовать статическое давление как энергию, которая была

затрачена на сжатие  $1 m^3$  газа до заданной плотности  $\rho$  [кг/м<sup>3</sup>]. Такая трактовка используется при расчете мощности вентиляторов, дымососов. Таким образом, статическое давление фактически представляет потенциальную энергию газа, которая может переходить в кинетическую энергию. Величина  $P/\rho$  [Н·м/кг] представляет потенциальную энергию 1 кг газа, что используется при составлении баланса энергии заведомо сжимаемого газа при значительном изменении температуры воздуха и дыма в рекуператорах и регенераторах или при высоких давлениях.

Чтобы тело оказалось на высоте "z" от уровня Земли, нужно совершить работу против сил земного притяжения  $A = \rho \cdot g \cdot z$ . Эта затраченная работа также представляет потенциальную энергию газа, которая в механике газов трактуется как энергия положения или геометрическое давление

$$P_{\text{геомz}} = \rho \cdot g \cdot z. \quad (1.2)$$

Энергия положения представляет не абсолютную энергию, которую не так просто рассчитать, а избыточную энергию относительно энергии положения  $P_{\text{геом0}}$  на уровне земли. Сумма статического и геометрического давления представляет потенциальную энергию газа.

Если пренебречь изменением плотности воздуха с увеличением высоты z, то получим

$$P_{\text{атмz}} = P_{\text{атм0}} - \rho_v \cdot g \cdot z, \quad (1.3)$$

где  $P_{\text{атм0}}$  – атмосферное давление на уровне Земли;  $\rho_v$  – плотность воздуха.

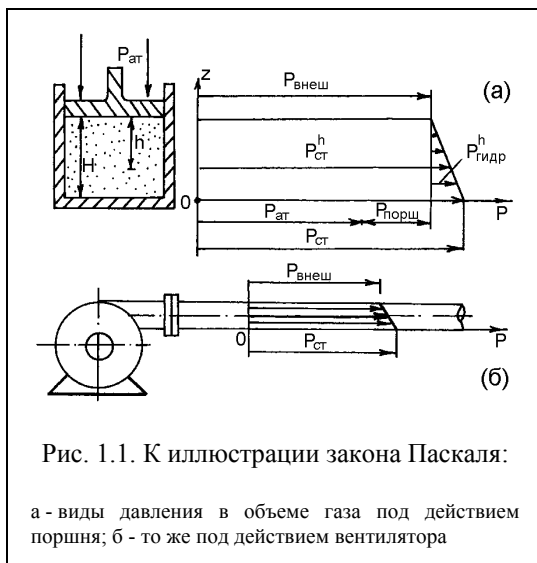


Рис. 1.1. К иллюстрации закона Паскаля:

а - виды давления в объеме газа под действием поршня; б - то же под действием вентилятора

Следовательно, для неподвижного воздуха после суммирования (1.2) и (1.3) следует

$$P_{\text{атм1в}} + P_{\text{геом1в}} = P_{\text{атм2в}} + P_{\text{геом2в}} = P_{\text{атм0}}, \quad (1.4)$$

т.е. имеет место постоянство потенциальной энергии в любой точке неподвижного воздушного пространства. Атмосферное давление является статическим давлением, тогда (1.4) принимает вид

$$P_{\text{ст1в}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot z_1 = P_{\text{ст2в}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot z_2 = \text{const}. \quad (1.5)$$

Движение в канале, заполненном воздухом, начнется при наличии разности потенциалов для потенциальной энергии, т.е. при  $P_{\text{ст1в}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot z_1 > P_{\text{ст2в}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot z_2$ . Если  $z_1 = z_2$ , то движение имеет место при  $P_{\text{ст1в}} > P_{\text{ст2в}}$ .

Аналогично, при удалении дыма из печи с помощью дымососа разрежение  $P_{\text{ст2}} = P_{\text{дым}}$ , создаваемое дымососом, должно быть меньше давления в печи  $P_{\text{ст1}} = P_{\text{печ}}$ , которое для большинства печей равно атмосферному давлению. Подобная картина наблюдается в системе "печь - дымоход - дымовая труба": давление у основания дымовой трубы меньше давления в печи.

## 1.2. Скорость, объемный и массовый расход газа

Так же как в механике твердого тела вектор скорости  $\vec{W}$  можно трактовать как перемещение частицы газа за единицу времени, т.е.  $\vec{W} = \partial \vec{L} / \partial \tau$ , где  $\vec{L}$  – вектор перемещения частицы.

Однако в механике жидкости и газов более важным является другое определение вектора скорости [1], связанное с объемным расходом протекающего газа  $v$  через поверхность  $F$  за единицу времени, определяемом из выражения

$$v_{\text{рт}} = \frac{dV_{\text{рт}}}{d\tau} \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right], \quad (1.6)$$

где величина  $V [\text{м}^3]$  представляет, сколько реальных кубических метров газа при давлении  $P$  и температуре  $T$  перемещается через поверхность  $F$  в потоке за время  $\tau$ . Индекс "рт" указывает на зависимость величины  $V$  и  $v$  от давления  $P$  и температуры  $T$ . Для упрощения записи в дальнейшем изложении этот индекс может и не использоваться.

Вектор скорости газа  $\vec{W}$  в данной точке потока представляет объемный расход газа  $v$  через единицу поверхности  $F$  в потоке, расположенной нормально по отношению к этому вектору скорости. Скорость рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{d^2V}{dF \cdot d\tau} = \frac{dv}{dF} \text{ [м/с]}. \quad (1.7)$$

Поток массы газов или массовый расход газа  $m$  представляет собой массу газа  $M$  [кг], протекающую через поверхность  $F$  за время  $\tau$

$$m = \frac{dM}{d\tau} = \frac{dV \cdot \rho}{d\tau} = v \cdot \rho \text{ [кг/с]}. \quad (1.8)$$

Одной из важных величин в механике жидкости и газа является вектор плотности потока массы газа  $\vec{q}_m$ , представляющий собой расход массы газа  $m$  через единицу поверхности  $F$  в потоке, расположенной нормально по отношению к вектору скорости. Вектор плотности потока массы рассчитывается по формуле:

$$q_m = \frac{d^2M}{dF \cdot d\tau} = W \cdot \rho \text{ [кг/(м}^2\text{·с)]}. \quad (1.9)$$

### 1.3. Динамическое давление. Приведенная скорость

Давление, вызываемое движением газа, называется динамическим. Рассчитывается по формуле:

$$P_{\text{дин}} = \frac{\rho \cdot W^2}{2}. \quad (1.10)$$

Динамическое давление воспринимается твердой поверхностью, установленной поперек потока. Статическое давление измеряется U-образным манометром, а динамическое давление трубкой Пито (рис. 1.2).

Динамическое давление можно трактовать как кинетическую энергию 1 м<sup>3</sup> газа с плотностью  $\rho$ . Кинетическая энергия 1 кг газа будет  $W^2/2$ .

В расчетах горения топлива фигурируют объем газа  $V_{\text{ог}}$ , объем воздуха  $L_{\text{ов}}$  и выход продуктов горения (дыма)  $V_{\text{од}}$ , приведенные к нормальным условиям, когда  $P = 760$  мм рт. ст. и  $t_r = 0$  °С.

Приведенному объемному расходу  $v_0$

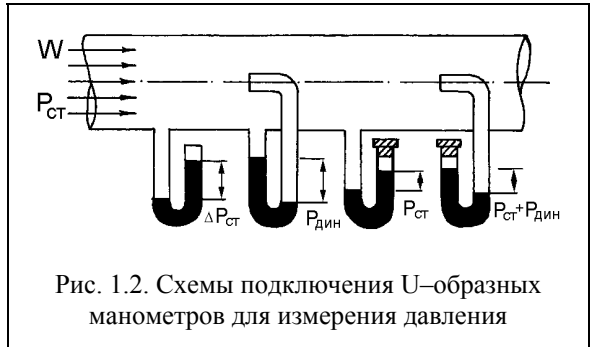


Рис. 1.2. Схемы подключения U-образных манометров для измерения давления

отвечает и приведенная скорость в трубопроводе  $W_0$ , т.е. условно принимается, что газ движется при  $t = 0^\circ\text{C}$  и  $P = 760$  мм рт. ст. Это соответствует одному и тому же массовому расходу газа  $m$  [кг/с]. Приборы на печи измеряют приведенные расходы газов.

Приведенный расход газа  $v_0$  равен

$$v_0 = m / \rho_0, \quad (1.11)$$

где  $\rho_0$  – плотность газа при нормальных условиях.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева следует:

$$V = V_0 \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_0}{P} \quad \text{и} \quad v = v_0 \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_0}{P}. \quad (1.12)$$

Тогда связь между действительной  $W_{\text{рт}}$  и приведенной (нормальной)  $W_0$  скоростями предстанет в виде

$$W_{\text{рт}} = W_0 \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_0}{P}. \quad (1.13)$$

По формуле (1.13) определяется приведенная скорость в доменных печах и кауперах, где имеет место высокая температура и высокое давление  $P = 3\text{--}4$  атм.

В обычных печных системах изменением  $v$  и  $W$  от давления можно пренебречь, тогда выражение (1.13) упрощается

$$W_{\text{т}} = W_0 \cdot \frac{T}{T_0} = W_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad (1.14)$$

где  $\alpha = 1 / 273 \text{ K}^{-1}$  – коэффициент объемного расширения газа.

Весьма часто динамическое давление рассчитывают через известную приведенную скорость в трубопроводе. Если скорость во всех точках трубопровода была бы одинаковой, то

$$P_{\text{дин}} = \frac{W_0^2 \cdot \rho_0}{2} \cdot \frac{P_0}{P} \cdot \frac{T}{T_0}. \quad (1.15)$$

Когда статическое давление незначительно изменяется в трубопроводе, имеем

$$P_{\text{дин}} = \frac{W_0^2 \cdot \rho_0}{2} \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{W_0^2 \cdot \rho_0}{2} \cdot (1 + \alpha \cdot t). \quad (1.16)$$



В потоке газа имеет место неравномерность скоростей в различных точках сечения трубопровода. В расчетах используется средняя приведенная или средняя действительная скорость в потоке. Средняя действительная скорость потока в трубопроводе определяется из выражения

$$\overline{W} = \frac{v}{F_{\text{тр}}} \text{ [м/с]}, \quad (1.17)$$

где  $v$  – действительный объемный расход газа при давлении  $P$  и температуре  $t$ .

При изменении площади сечения трубопровода изменяются действительная и приведенная скорости при неизменном массовом и приведенном расходе газов. В этом случае, если нет потерь и подсоса чужого газа (воздуха), уравнение неразрывности потока имеет вид

$$F_1 \cdot \rho_1 \cdot \overline{W}_1 = F_2 \cdot \rho_2 \cdot \overline{W}_2 = \text{const} = m. \quad (1.18)$$

При постоянной плотности, имеющей место при  $T \approx \text{const}$  и  $P \approx \text{const}$ , имеем

$$F_1 \cdot \overline{W}_1 = F_2 \cdot \overline{W}_2 = \text{const} = v. \quad (1.19)$$

При движении дыма в печных системах присутствуют подсосы холодного воздуха. В частности, это характерно для регенеративных печей. Подсосы воздуха приводят к изменению температуры  $t$  и расхода  $v_0$  дыма.

#### **1.4. Уравнение энергии (уравнение Бернулли) при движении несжимаемого газа**

При малой разности статических давлений в системе каналов и при отсутствии специального подогрева газ можно считать практически несжимаемым, так как изменением температуры газа за счет потерь на трение можно пренебречь. Движение газов в этом случае происходит практически при одной и той же плотности газа.

Движение газа в канале можно представить как сумму движений так называемых элементарных струек тока, для каждой из которых скорость, плотность и температура постоянны по сечению струйки. Стенки струйки тока по ее длине условно принимаются непроницаемыми, т.е. по длине струйки расход газа постоянен.

По длине элементарной струйки канала имеет место очевидное неравенство

$$P_{\text{ст1}} + P_{\text{геом1}} + P_{\text{дин1}} > P_{\text{ст2}} + P_{\text{геом2}} + P_{\text{дин2}},$$

поскольку между сечениями 1-1 и 2-2 при движении газов возникают аэродинамические потери на трение  $\Delta P_{\text{пот.тр}}$  и при местных сопротивлениях  $\Delta P_{\text{пот.мс}}$ , о которых речь будет идти ниже.

При движении элементарной струйки "несжимаемого" газа ( $\rho_1 = \rho_2$ ) имеем уравнение Бернулли в виде

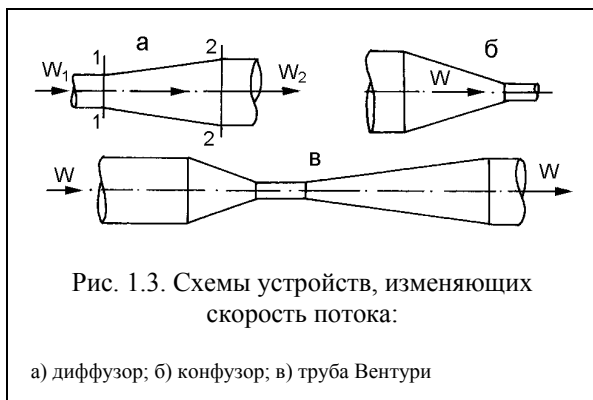
$$P_{\text{ст}1} + \frac{\rho \cdot W_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_{\text{ст}2} + \frac{\rho \cdot W_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta P_{\text{пот}12}, \quad (1.20)$$

где  $\Delta P_{\text{пот}12}$  – потери энергии, отнесенные к 1 м<sup>3</sup> газа.

Уравнение (1.20) справедливо и для потоков в каналах когда неравномерностью скоростей по сечению можно пренебречь.

Когда  $\Delta P_{\text{пот}12} = 0$ , то уравнение Бернулли говорит о возможности перехода одного вида механической энергии в другой.

В коротком горизонтальном диффузоре (рис. 1.3а) потери весьма малы и  $P_{\text{ст}2} > P_{\text{ст}1}$ , поскольку  $P_{\text{дин}2} < P_{\text{дин}1}$ . Движение газа из области с меньшим



сжатием 1-1 в область большего сжатия 2-2 обязано большей кинетической энергии потока в сечении 1-1. Конфузор служит для перехода с малой скорости на большую без больших потерь давления (рис. 1.3б).

Статическое давление (энергия сжатия) легко переходит в динамическое давление

(кинетическую энергию), например, при истечении газа в горелках. Переход же кинетической энергии в энергию компрессии всегда сопровождается (даже в диффузоре) потерей потенциальной энергии.

В трубе Вентури, служащей для измерения расхода газа без больших потерь (рис. 1.3в), сначала статическое давление переходит в динамическое, что характерно для самого узкого сечения трубы, а затем динамическое давление переходит в статическое в конце диффузора.

#### 1.4.1. Уравнение энергии для движения неизотермического газа

В рекуператоре (регенераторе) на сравнительно коротком участке происходит значительное изменение температуры нагреваемого воздуха,

газообразного топлива и охлаждающегося дыма при незначительном изменении статического давления.

Уравнение (1.20) не будет достоверно отражать картину процесса, поскольку до рекуператора (регенератора) и после рекуператора 1 м<sup>3</sup> газа содержит различную массу газа ( $\rho_1 \neq \rho_2$ ). Совершенно очевидно, что для этого случая нужно использовать баланс механической энергии применительно к 1 кг газа, при этом нужно учесть подвод (отвод) теплоты в поток и изменение внутренней энергии газа.

Уравнение Бернулли для сжимаемого газа имеет вид

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + P_{\text{пот12}} = 0, \quad (1.21)$$

где  $P_{\text{пот12}}$  – потери энергии, отнесенные к 1 кг газа.

При  $\rho = \text{const}$  из (1.21) следует общеизвестное уравнение (1.20).

Вычисление интеграла в (1.21) представляет значительные трудности и не всегда возможно. Поэтому в инженерных расчетах движения в каналах заведомо сжимаемого неизотермического газа используется простое уравнение (1.20) путем ввода в расчет средней плотности газа на участке 1–2. В печных системах такие расчеты выполняют при расчете тяги дымовой трубы и при расчете мощности вентилятора. Погрешность от этого упрощения при расчете тяги дымовой трубы не имеет существенного значения, так как в дымовой тракт подсасывается холодный воздух в большом количестве, а дымоход постепенно зарастает шлаком по ходу кампании печи. При расчете мощности вентилятора потери от вентилятора до печи и расход воздуха, как правило, увеличивают на 20-25 %, и потому погрешность при использовании (1.20) также не имеет существенного значения.

#### **1.4.2. Уравнение Бернулли для несжимаемого газа, выраженное в избыточных давлениях и напорах**

В расчетах гораздо удобнее пользоваться избыточным статическим давлением  $\Delta P_{\text{ст}}$ , поскольку жидкостные манометры непосредственно измеряют именно избыточное статическое давление, которое гораздо меньше атмосферного давления.

Вычитая в левой части (1.20)  $P_{\text{атм1}} + \rho_{\text{в1}} \cdot g \cdot z_1$  и в правой части  $P_{\text{атм2}} + \rho_{\text{в2}} \cdot g \cdot z_2$  и учитывая, что для неподвижного воздуха имеет место  $P_{\text{атм1}} + \rho_{\text{в1}} \cdot g \cdot z_1 = P_{\text{атм2}} + \rho_{\text{в2}} \cdot g \cdot z_2$ , получим уравнение Бернулли для несжимаемого газа, выраженное в избыточных статических и геометрических давлениях

$$\Delta P_{\text{ст}1} + (\rho_{\text{г}1} - \rho_{\text{в}1})gz_1 + \frac{\rho_{\text{г}1}W_1^2}{2} = \Delta P_{\text{ст}2} + (\rho_{\text{г}2} - \rho_{\text{в}2})gz_2 + \frac{\rho_{\text{г}2}W_2^2}{2} + \Delta P_{\text{пот}12}, \quad (1.22)$$

где  $(\rho_{\text{г}} - \rho_{\text{в}}) \cdot g \cdot z$  представляет избыточное геометрическое давление, а величина  $\rho_{\text{в}} \cdot g \cdot z$  – выталкивающую архимедову силу, действующую на единицу объема газа.

Следовательно, избыточное геометрическое давление представляет равнодействующую силу, действующую на единицу объема газа, погруженного в воздушную среду. Следует учитывать, что давление воздуха на разных горизонтах разное ( $P_{\text{атм}2} \neq P_{\text{атм}1}$ ).

Если давления в (1.20) разделить на удельный вес газа  $\gamma = \rho \cdot g$ , то получим высоту столба газа  $H$  [м], который своим весом создает данное статическое, геометрическое и динамическое давление. Следовательно

$$\frac{P_{\text{ст}1}}{\rho g} + z_1 + \frac{W_1^2}{2g} = \frac{P_{\text{ст}2}}{\rho g} + z_2 + \frac{W_2^2}{2g} + \frac{\Delta P_{\text{пот}12}}{\rho g} \quad (1.23)$$

$$\text{или } H_{\text{ст}1} + H_{\text{геом}1} + H_{\text{дин}1} = H_{\text{ст}2} + H_{\text{геом}2} + H_{\text{дин}2} + \Delta H_{\text{пот}12}. \quad (1.24)$$

Если  $\Delta H_{\text{пот}12} = 0$ , то сумма трех высот везде одинакова. Именно по этой причине такая трактовка уравнения Бернулли широко используется для практически несжимаемой жидкости (воды), для которой любая разность высот от уровня Земли способна создать движение жидкости. Отметим: в технической системе единиц, в которой сила  $G$  выражается в кГс, высота столба жидкости  $H$  [м] представляет энергию 1 кг массы жидкости и называется напором.

## Глава 2. Характер движения газов. Потери на трение и при местных сопротивлениях

### 2.1. Ламинарное и турбулентное движение

Как отмечалось ранее, движение потока в канале можно представить как совокупность движения элементарных струек, у которых скорость и плотность практически одинаковы во всех точках поперечного сечения струйки.

При ламинарном движении в круглом трубопроводе струйки перемещаются параллельно стенкам трубопровода, что видно из классического опыта Рейнольдса (рис. 2.1а) при движении окрашенной струйки в потоке воды с малой скоростью. Переход

молекул из струйки в струйку обязан лишь тепловому движению молекул.

При турбулентном движении, которое возможно при повышенной скорости потока воды (рис. 2.1 г, д), наряду с основным перемещением потока вдоль трубопровода возникает перемещение макрообъемов газа поперек потока. Макрообъемы представляют собой отдельные комки среды, состоящие из огромного числа молекул и способные в течение некоторого промежутка времени двигаться как единое целое. Размеры таких конгломератов значительно превышают длину свободного пробега молекул [2].

Часто макрообъемы, обладающие направленной скоростью в поперечном направлении, называют турбулентными вихрями, откуда и произошло наименование движения.

Промежуточные (переходные) режимы течения жидкости при переходе от ламинарного к турбулентному приведены на рис. 2.1 (варианты б, в).

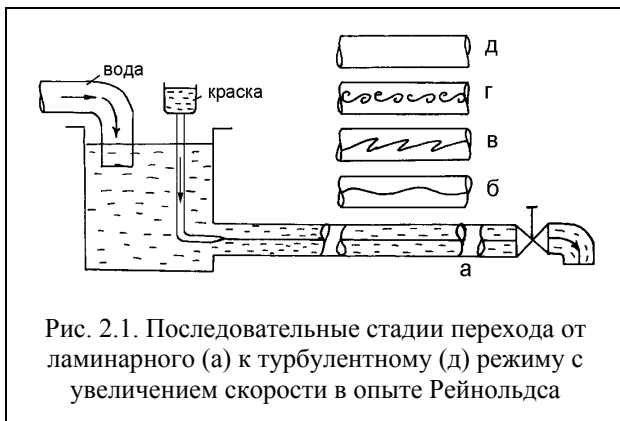


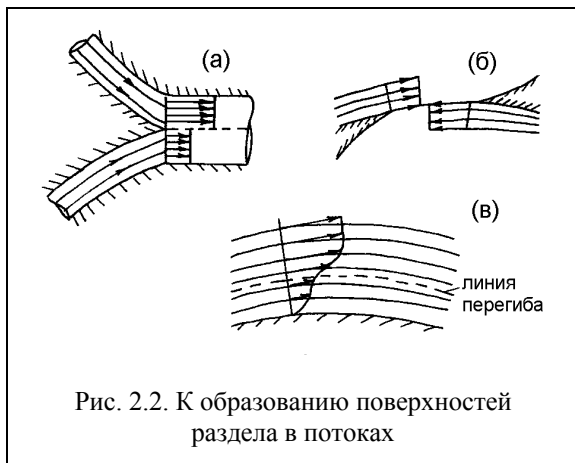
Рис. 2.1. Последовательные стадии перехода от ламинарного (а) к турбулентному (д) режиму с увеличением скорости в опыте Рейнольдса

### 2.2. Причины возникновения турбулентности

Как увидим позднее, аэродинамические потери при турбулентном течении значительно превышают потери при ламинарном движении при од-

ной и той же средней скорости потоков  $\overline{W}$ . Для практики представляют интерес лишь турбулентные движения, имеющие место при больших скоростях потока. Поэтому полезно знать причины, приводящие к возникновению турбулентности. К сожалению, истинные причины возникновения турбулентности, говоря откровенно, пока неизвестны.

Согласно представлениям Л. Прандтля [3], первоисточником турбулентности являются поверхности раздела скоростей, проявляющиеся в об-



ластях с резким скачком скорости между прилегающими слоями жидкости (рис. 2.2а, 2.2б), а также в областях, где кривая распределения скоростей имеет точку перегиба (рис. 2.2в). У поверхности раздела наблюдается склонность к образованию волн, которые возникают на таких поверхностях либо от случайных внешних причин, либо от случайных возмущений, вносимых самой

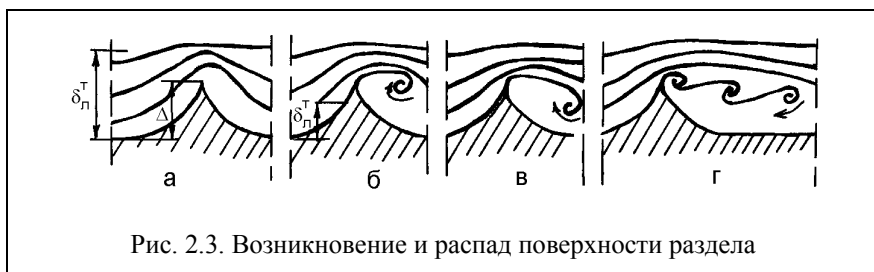
жидкостью. Эти волны неустойчивы и стремятся расти по амплитуде, что в конечном итоге приводит к беспорядочному распаду поверхности раздела на большое число вихрей.

При движении газа в канале образование и разрушение поверхности раздела (разрыва) с возникновением вихрей часто происходит на стенке при обтекании острого угла [4]. В отличие от не совсем ясных причин зарождения турбулентных пятен внутри жидкости, образование поверхности раздела (рис. 2.3) с последующим ее закручиванием и возникновением вихрей нетрудно представить и объяснить. При криволинейном движении справедливо равенство

$$\frac{dP_N}{dN} = \frac{W}{r}, \quad (2.1)$$

где  $N$  – нормаль к поверхности обтекания,  $r$  – радиус закругления поверхности обтекания. Проанализируем выражение (2.1). В вершине ребра радиус закругления равен нулю, а скорость потока, благодаря сужению потока около ребра, максимальна. Следовательно, чтобы поток плавно обтекал

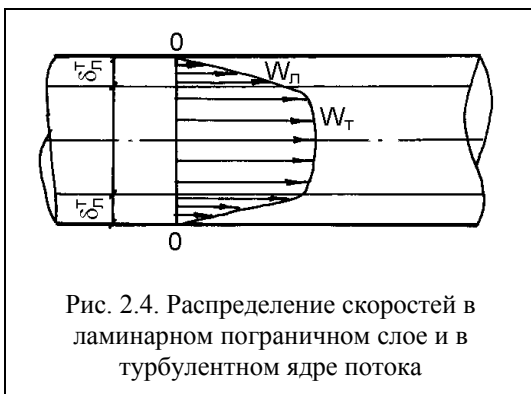
ребро, перепад давлений по нормали  $N$  должен быть бесконечно большим. Поскольку перепад давлений в потоке величина ограниченная, то крайняя элементарная струйка не может обогнуть ребро. Так за ребром возникает отрыв потока от шероховатой поверхности.



Из-за уменьшения скорости и динамического давления при расширении струек статическое давление за ребром превышает статическое давление в вершине ребра. По этой причине крайние молекулы, движущиеся с малой скоростью у твердой поверхности, начинают перемещаться по пути наименьшего сопротивления – они начнут возвращаться к вершине неудобно обтекаемого ребра. Позади ребра возникает круговое (рециркуляционное) движение жидкости с образованием вихря, который уплывает с потоком, а поверхность раздела (разрыва) закручивается и распадается на большое число мелких вихрей.

Между тем, в механике газов и жидкости (благодаря Л. Прандтлю – см. раздел 2.4) широкое распространение получили представления о наличии при турбулентном течении пограничного слоя у шероховатой твердой поверхности  $\delta_{\text{л}}^{\text{т}}$  (рис. 2.4), в котором движение носит ламинарный характер, а скорость изменяется по линейному закону. Этот пограничный слой назвали слоем Прандтля.

Когда  $\delta_{\text{л}}^{\text{т}}$  больше размера бугорка  $\Delta$ , возвратное движение у бугорка практически не влияет на возникновение турбулентности в основном ядре потока и не приводит к разрушению ламинарного слоя (рис. 2.3а). Такая картина наблюдается при малых скоростях потока. С увеличением скорости потока



$\overline{W}$  толщина пограничного слоя  $\delta_n^T$  уменьшается и при  $\overline{W} \rightarrow \infty$  стремится к нулю. При  $\delta_n^T < \Delta$  (рис. 2.3б) наиболее вероятна картина процесса, рассмотренная Л. Прандтлем (рис. 2.3) [4]. Возвратное течение у бугорка, разрушение поверхности раздела с образованием вихрей являются основной причиной возникновения турбулентности в потоке, хотя в центральной части потока турбулентность обязана внешним возмущениям в потоке.

Вязкий подслои не имеют строго ламинарного течения вдоль стенки. Крупномасштабные пульсации проникают в вязкий подслой. Движение в вязком подслое, в принципе, является нестационарным, граница подслоя четко не определена и изменяется во времени. Внешняя граница вязкого подслоя является мощным генератором пульсационного движения. Наиболее высокая интенсивность турбулентности наблюдается именно в пристенной турбулентной области [5]. Измерения показывают, что вблизи стенки периодически за счет прилипания частиц жидкости образуется вязкий подслой, который растет под действием сил вязкости, а затем под воздействием турбулентности, господствующей во внешней зоне, быстро разрушается [6].

Однако имеются и другие представления о течении жидкости (газа) у шероховатой поверхности.

По С.И. Аверину [7] у шероховатой поверхности также имеется пограничный слой, но только движение в нем носит вихревой характер, вызванный разрыву потока при обтекании острого ребра.

### 2.3. Вязкость. Критерий Рейнольдса

Вязкость – свойство жидкости (газа), противодействующее движению. Вязкость определяет характер движения жидкости, распределение скоростей в потоке и потери энергии компрессии при движении.

В жидкости вязкость обязана наличию сил внутреннего сцепления между молекулами. Чтобы разорвать эту связь, нужно приложить определенную силу, т.е. совершить какую-то работу. Это явление напоминает собой трение между твердыми поверхностями при их взаимном перемещении. Исходя из этой аналогии, вязкость называют внутренним трением жидкости.

В газах сцепление молекул отсутствует и вязкость имеет другую природу. Кинетическая теория газов дает объяснение явлению вязкости у газов. Пусть слой 1 (см. рис. 2.5) движется со скоростью  $W_{x1}$ , а слой 2 со скоростью  $W_{x2}$ . Молекулы газа, благодаря тепловому движению, при ламинарном движении перескакивают через линию раздела А–А по всевозможным направлениям, что само по себе тормозит движение слоев. Вполне очевидно: количество молекул, переходящих из 1-го слоя во второй, равно количеству молекул, переходящих из 2-го слоя в первый.



Вместе с молекулами переносится количество движения. Очевидно, что молекулы 1-го слоя, приходящие в слой 2, перенесут большее количество движения, чем молекулы 2-го слоя, переходящие в слой 1. Потеря количества движения в первом слое должна привести к падению скорости этого слоя.

Может показаться, что скорость 2-го слоя при движении газа в канале должна увеличиться. Но аналогичная картина имеет место между вторым и третьим слоями. Так как скорость в канале изменяется от  $W_{\max} = W_{\text{ось}}$  на оси потока до  $W_{\min} = W_{\text{ст}} = 0$  на стенке канала, то второй слой при  $W_{x2} > W_{x3}$  отдает 3-му слою больше количества движения, чем получит от первого слоя.

Самый крайний слой газа у стенки только отдает количество движения стенке, ничего не получая взамен. Таким образом, иные факторы в газах вызывают тот же эффект сопротивления при перемещении одного слоя газа относительно другого, как и при перемещении жидкости, т.е. к появлению сил трения между слоями. Поскольку движение газа в канале не должно остановиться, то нужно затратить энергию на преодоление сил внутреннего трения. Такой энергией является энергия компрессии, т.е. статическое давление.

Следует отметить: передача количества движения присутствует и в жидкостях. Представим себе два осесимметричных цилиндра не связанных общей осью. Между цилиндрами находится жидкость. Если вращать внутренний цилиндр (рис. 2.6), то благодаря жидкости (воде), находящейся между двумя цилиндрами, начнет вращаться и наружный цилиндр. Чем больше вязкость жидкости, тем выше скорость наружного цилиндра. Такой прибор может быть использован для определения вязкости у жидкостей.



Рис. 2.5. Схема обмена количеством движения при наличии неравномерности скоростей в потоке (к понятию вязкости у газов)

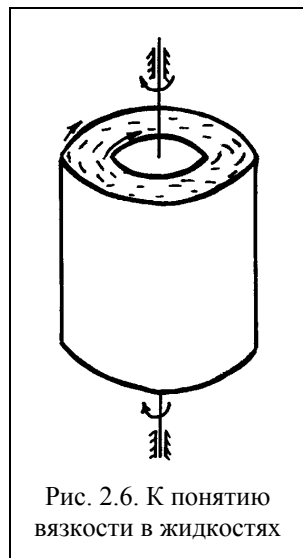


Рис. 2.6. К понятию вязкости в жидкостях

Согласно закону Ньютона

$$\tau_{\text{л}} = \eta_{\text{л}} \cdot \frac{dW}{dy} \text{ [Па]}, \quad (2.2)$$

где  $\tau_{\text{л}}$  – сила трения, отнесенная к единице поверхности, или касательное напряжение при ламинарном движении;  $\eta_{\text{л}}$  [Па·с] – коэффициент естественной динамической вязкости.

В дальнейшем изложении сила трения будет обозначаться через  $\tau$  с индексом "л" для ламинарного течения, и индексом "т" для турбулентного течения.

В расчетах обычно используется коэффициент кинематической вязкости

$$\nu_{\text{л}} = \frac{\eta_{\text{л}}}{\rho} \text{ [м}^2\text{/с]}. \quad (2.3)$$

Характер движения газов определяется критерием Рейнольдса. При движении в круглом трубопроводе

$$\text{Re} = \frac{\overline{W} \cdot d_{\text{тр}}}{\nu_{\text{л}}}, \quad (2.4)$$

где  $\overline{W} = v / F_{\text{труб}}$  – действительная средняя расходная скорость в трубопроводе;  $d_{\text{тр}}$  [м] – диаметр трубопровода;  $v$  [м<sup>3</sup>/с] – действительный объемный расход газа при давлении  $P$  и температуре  $t$ .

Как показал Рейнольдс, при  $\text{Re} < 2000$  движение носит ламинарный характер, поскольку вносимые возмущения с потоком весьма быстро угасают, а при  $\text{Re} > 2300$  усиливаются и движение носит турбулентный характер. Если устранить возмущения в потоке при входе в канал, то можно искусственно затян timer возникновение турбулентного течения. Однако вносимое возмущение в поток (например, легкое сотрясение стенки) мгновенно переводит ламинарное течение в турбулентное. Этот экспериментальный факт говорит о зарождении турбулентных возмущений и внутри потока.

При турбулентном течении наряду с переходом молекул из слоя в слой благодаря тепловому движению в основном турбулентном ядре потока добавляется переход огромного числа молекул с турбулентными вихрями. По этой причине можно говорить и о турбулентной вязкости.

В ламинарном пограничном слое Прандтля сила трения, обязанная лишь естественной вязкости, одна и та же как на границе слоя, так и на стенке, поскольку  $dW_x/dy = \text{const}$ . Таким образом, количество движения, переносимое потоком, обязано переносу количества движения турбулентными вихрями в основном турбулентном ядре потока.

Согласно Буссинеску, сила трения, обязанная переносу количества движения из слоя в слой турбулентными вихрями, рассчитывается по закону, аналогичному закону Ньютона

$$\tau_T = \eta_T \cdot \frac{dW}{dy} \text{ [Па]}, \quad (2.5)$$

где  $\eta_T$  [Па·с] – коэффициент турбулентной динамической вязкости.

Коэффициент  $\eta_T$  в отличие от  $\eta_L$  не является физическим параметром среды, а зависит от интенсивности процесса. По своей величине  $\eta_T$  может превышать  $\eta_L$  в тысячи и сотни тысяч раз [8] и является функцией координат. При описании процесса в турбулентном ядре потока пренебрегают естественной вязкостью. В ламинарном пограничном слое  $\eta_T = 0$ . Поскольку не может быть резкого перехода от  $\eta_T$  к  $\eta_L$ , то между турбулентным ядром и ламинарным вязким подслоем должен существовать промежуточный (буферный) слой, в котором  $\eta_T$  соизмерим с  $\eta_L$  вблизи границы подслоя. Для этой области объединенный закон Ньютона и Буссинеска имеет вид

$$\tau = (\eta_L + \eta_T) \cdot \frac{dW_x}{dy} \text{ [Па]}. \quad (2.6)$$

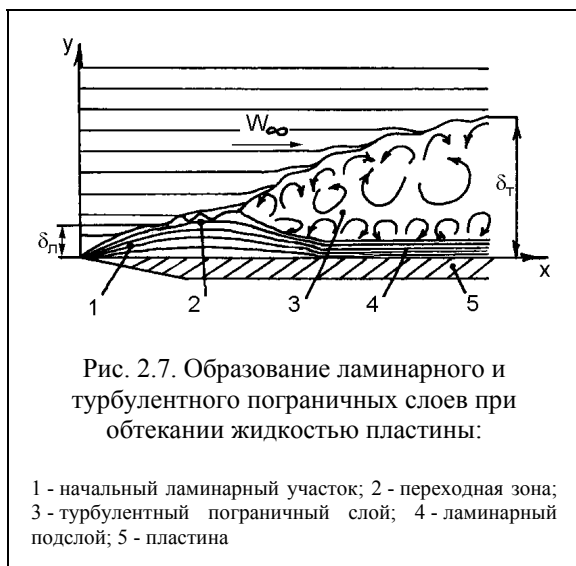
#### **2.4. Пограничный слой у поверхности пластины. Картина процесса при входе потока в трубопровод**

В механике жидкости и газа широкое распространение получила теория пограничного слоя, являющаяся прелюдией для раскрытия физической сущности и описания процесса движения в каналах после начального участка.

При входе потока с большой толщиной, самые крайние молекулы как бы прилипают к твердой поверхности и благодаря вязкости начинают тормозить движение соседних молекул. В свою очередь, эти молекулы тормозят движение "своих" соседних молекул в потоке. Так, эстафетным образом, первоначальное возмущение у твердой поверхности передается вглубь потока и у поверхности образуется слой приторможенной жидкости (газа), в котором движение носит ламинарный характер (рис. 2.7). Формально в сплошной среде, когда игнорируется молекулярная структура, возмущение на стенке передается мгновенно на всю глубину потока, даже если он был бы бесконечно большим. При проведении инженерных расчетов разумно принять толщину ламинарного пограничного слоя конечной, т.е. ограниченной величиной. За толщину слоя  $\delta_L$  принято считать такую толщину слоя, на границе которого ( $y = \delta_L$ ) скорость  $W_\delta$  отличается от скорости набегающего потока на 1 %.

На некотором расстоянии от точки контакта с пластиной в ламинарном потоке появляются турбулентные пятна, а далее возникает турбулентный пограничный слой с толщиной  $\delta_t$  (рис. 2.7).

Как уже отмечалось, по распространенным представлениям в турбу-



лентном пограничном слое непосредственно у поверхности пластины присутствует пограничный вязкий слой  $\delta_l^t$ , в котором движение носит ламинарный характер, а скорости изменяются по прямой линии (рис. 2.4).

Следует отметить: в переходной области может наблюдаться перемежаемость течений, когда движение одно время носит ламинарный характер, а затем турбулентный характер. Далее происходит смена течений. Подобная картина

возможна и на границе турбулентного пограничного слоя и ламинарного подслоя.

Когда поток входит в канал, то от каждой элементарной поверхности на стенке канала  $dF_{ст}$  сначала развивается ламинарный пограничный слой в виде конуса (рис. 2.8). Если ламинарные слои, идущие навстречу друг другу, встретятся в середине канала, то в дальнейшем имеет место также ламинарное течение. Согласно теории и экспериментальным данным, при ламинарном течении в круглой трубе распределение скоростей отвечает закону квадратной параболы, а в ламинарном пограничном слое – закону кубической параболы. Следовательно, на длине  $L_{перех} = L_{стаб} - L_{сл}$ , где  $L_{стаб}$  – длина участка стабилизации потока, а  $L_{сл}$  – длина участка слияния потоков, – происходит перестройка профиля скоростей (рис. 2.8). Как увидим позднее, аналогичная картина наблюдается и в теории нагрева – в конце начального инерционного периода нагрева распределение температур отвечает закону кубической параболы, а при наступлении регулярного режима нагрева – закону квадратной параболы.

При достижении критической толщины  $\delta_{\text{л}}^{\text{max}} < R$  образуется турбулентный пограничный слой (рис. 2.9). При  $\delta_{\text{т}} = R$  имеем  $L = L_{\text{сл}}$ , т.е. турбулентный пограничный слой охватит весь поток. При  $L = L_{\text{стаб}}$  распределение скоростей должно несколько отличаться от распределения скоростей при  $L = L_{\text{сл}}$ . В переходной области  $L_{\text{пер}} = L_{\text{стаб}} - L_{\text{сл}}$  и вблизи ламинарного вязкого подслоя может наблюдаться перемежаемость течений.

Когда поток поступает в трубу (канал) с закругленными кромками из большого объема, то распределение скоростей в начальном сечении трубы обычно считают равномерным. При  $Re = W_0 \cdot x / \nu > 5 \cdot 10^5$  имеет место установившееся турбулентное течение.

Когда же поток входит в трубу с острой кромкой на входе, то в начале трубы (канала) образуются вихри, которые приводят к быстрому разрушению ламинарного пограничного слоя.

Если для пограничного слоя у поверхности канала при турбулентном пограничном слое существуют различные гипотезы о природе возникновения слоя, о характере движения в слое, то образование ламинарного пограничного слоя не вызывает никаких сомнений. Между тем, теплообмен при омывании газами слитков, заготовок и поверхности кладки печи в начале печи весьма напоминает картину теплообмена в ламинарном пограничном слое.

## 2.5. Основные уравнения в механике газов

Уравнение Клапейрона–Менделеева хорошо известно из курса физики. Уравнение Бернулли для несжимаемого газа априорно и рассмотрено выше.

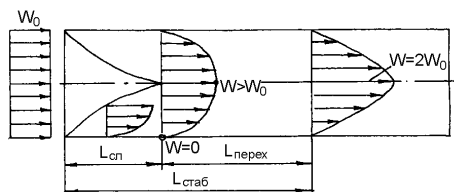


Рис. 2.8. Схема слияния ламинарных пограничных слоев на начальном участке в круглой трубе

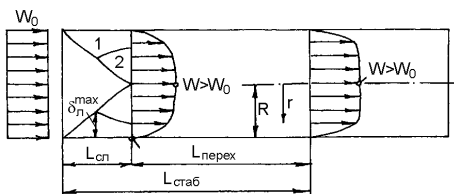


Рис. 2.9. Схема слияния турбулентных пограничных слоев на начальном участке в круглой трубе

### 2.5.1. Уравнение неразрывности

Существуют два метода изучения движения частиц: метод Лагранжа и метод Эйлера. В методе Лагранжа изучается движение в пространстве каждой индивидуальной частицы (образно говоря, изучается движение частицы от верховья до устья реки [6]). Целью расчетов в этом методе является определение координат частицы в различные моменты времени, т.е. определение функций  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$  в выражениях для  $x = f_1(x_0, y_0, z_0, \tau)$ ;  $y = f_2(x_0, y_0, z_0, \tau)$ ;  $z = f_3(x_0, y_0, z_0, \tau)$ . Начальные координаты при  $\tau = 0$ :  $x_0$ ,  $y_0$  и  $z_0$  называются переменными Лагранжа.

В методе Эйлера изучается движение в каждой точке пространства в любой момент времени, при этом целью расчетов является определение функций  $f_3$ ,  $f_4$  и  $f_5$  в выражениях  $W_x = f_4(x, y, z, \tau)$ ;  $W_y = f_5(x, y, z, \tau)$ ;  $W_z = f_6(x, y, z, \tau)$ . Если известно решение по методу Эйлера, то нетрудно из него получить решение по методу Лагранжа и наоборот.

Уравнение неразрывности для сжимаемого газа может быть представлено в двух формах

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \left[ \frac{\partial(\rho \cdot W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot W_z)}{\partial z} \right] \quad (2.7)$$

и

$$\frac{D\rho}{d\tau} = -\rho \cdot \left[ \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right], \quad (2.8)$$

где

$$\frac{D\rho}{d\tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \quad (2.9)$$

представляет собой полную или субстанциональную производную.

Правая часть в (2.7) и (2.8) в векторной форме выражается в виде

$$\partial \rho / \partial \tau = -\text{div}(\rho W) \quad (2.10)$$

и

$$D\rho / d\tau = -\rho \cdot \text{div}(W), \quad (2.11)$$

где

$$\text{div}(\rho W) = \frac{\partial(\rho \cdot W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot W_z)}{\partial z} \quad (2.12)$$

представляет дивергенцию вектора плотности потока массы, а

$$\operatorname{div} \mathbf{W} = \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \quad (2.13)$$

дивергенцию вектора скорости.

Первая форма (2.7) и (2.10) имеет простое и ясное физическое содержание: изменение плотности в единицу времени равно приходу массы в единицу неподвижного объема и уходу массы из него в единицу времени. По этой причине баланс можно составлять для единицы объема или для  $dV$  на единицу времени. При этом подразумевается, что в любом элементарном объеме  $dV$  (а их в  $1 \text{ м}^3$  бесконечное множество), за любой интервал  $dt$  (а их в 1 секунде бесконечное множество) изменение плотности будет одним и тем же.

Вывод уравнения неразрывности в первой форме записи проводится для неподвижного объема в потоке и потому его логично назвать "эйлеровой" формой записи уравнения неразрывности.

Понятие полной производной связано с понятием полного дифференциала функции, т.е. с определением приращения функции при изменении геометрических переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$  во времени. Следовательно, вторая форма записи уравнения неразрывности весьма напоминает лагранжевый подход к описанию поведения частиц в движущемся потоке и потому может быть названа "лагранжевой" формой уравнения неразрывности [9]. Обратно говоря, уравнение (2.8) описывает скорость изменения плотности, как ее бы ощущал наблюдатель, перемещающийся вместе с потоком газа (жидкости) [10].

Отметим: вторая (лагранжевая) форма записи для уравнения неразрывности вытекает из первой (эйлеровой) формы записи. В отличие от (2.7) и (2.10), не так просто представить физическое содержание правых частей уравнений (2.8) и (2.11). Поэтому первой форме записи отдается предпочтение в нашем изложении.

Для несжимаемого газа  $\rho = \text{const}$  и уравнение неразрывности для двух форм принимает вид

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0. \quad (2.14)$$

Уравнение неразрывности в виде (2.14) имеет простой физический смысл: расход несжимаемого газа через выделенный объем является постоянной величиной. Этот закон соблюдается всегда, когда сплошность потока не нарушается и отсутствует приход "чужого" газа или потеря "своего" газа в рассматриваемой системе.

Для одномерного движения ( $W_y = W_z = 0$ ) из (2.10) вытекает

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \frac{\partial (\rho \cdot W_x)}{\partial x}. \quad (2.15)$$

Для установившегося движения (2.15) еще более упрощается

$$\frac{\partial (\rho \cdot W_x)}{\partial x} = 0. \quad (2.16)$$

### 2.5.2. Теорема импульсов Эйлера

Согласно второму закону Ньютона, проекция изменения количества движения на какую-либо ось равна проекции импульса всех сил на эту ось

$$d(M \cdot W_x) = G_{\Sigma x} \cdot dt \text{ [Н·с]}, \quad (2.17)$$

где  $M$  – масса тела;  $W_x$  – проекция скорости на ось  $x$  (или на любую ось);  $M \cdot W_x$  – количество движения;  $G_{\Sigma x}$  – сумма проекций всех сил на ось  $x$ , приложенных к массе  $M$ ;  $G_{\Sigma x} \cdot dt$  – проекция импульса на ось  $x$  от действия всех сил.

В механике газа неудобно использовать понятие количества движения, т.к. приходится иметь дело не с массой газового тела, а с массовым расходом газа. В этой связи вводится понятие секундного количества движения, которое в случае равномерного распределения скоростей в потоке определяется по формуле:

$$I = m \cdot W = \rho \cdot F_{\text{тр}} \cdot W \cdot W \text{ [Н]}. \quad (2.18)$$

С использованием понятия секундного количества движения уравнение (2.17) применительно к движению жидкостей и газов с постоянным массовым расходом  $m = dM/dt$  в элементарной струйке потока выражается следующим образом

$$m \cdot (W_{x2} - W_{x1}) = G_{\Sigma x}, \quad (2.19)$$

т.е. разность секундных количеств движения газа, вытекающего из контура и втекающего в него, спроектированных на какую-нибудь ось, равна сумме всех сил, действующих на этот контур, спроектированной на ту же ось.

Величина проекции результирующей всех сил  $G_{\Sigma x}$ , действующих на движущийся объем газа, складывается из сил, обусловленных действием статического давления, сил трения, тяжести и реакции стенок канала на выделенный объем газа.

Выражение (2.19) называют уравнением импульсов Эйлера. Оно широко используется в механике газов.



### 2.5.3. Уравнения движения для несжимаемого газа (жидкости) (уравнения Навье-Стокса)

Из уравнений движения определяется распределение скоростей в трубопроводе (важнейшая задача в инженерной механике газов) и распределение скоростей в пограничном слое. Для несжимаемого газа уравнения движения, называемые уравнениями Навье-Стокса, имеют вид:

$$\frac{\partial(\rho W_x)}{\partial \tau} = - \left[ \frac{\partial(\rho W_x W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y W_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z W_x)}{\partial z} \right] + \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \eta \Delta^2 W_x, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial(\rho W_y)}{\partial \tau} = - \left[ \frac{\partial(\rho W_x W_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z W_y)}{\partial z} \right] + \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \eta \Delta^2 W_y, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial(\rho W_z)}{\partial \tau} = - \left[ \frac{\partial(\rho W_x W_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y W_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z W_z)}{\partial z} \right] + \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \eta \Delta^2 W_z, \quad (2.22)$$

где

$$\Delta^2 W_x = \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2}, \quad (2.23)$$

$$\Delta^2 W_y = \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2}, \quad (2.24)$$

$$\Delta^2 W_z = \frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2}. \quad (2.25)$$

Форма записи уравнений движения в виде (2.20-2.22) выражает принцип сохранения импульса в единице объема по направлению  $Ox$ , вытекающий из теоремы импульсов Эйлера: изменение количества движения за единицу времени равно "чистому" притоку количества движения за единицу времени плюс проекции всех действующих объемных и поверхностных сил. "Чистый" приход количества движения в единицу объема за единицу времени равен разности прихода количества движения в единицу объема и ухода количества движения из него в единицу времени. При такой трактовке изменение количества движения для любого бесконечно малого объема  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$  в  $1 \text{ м}^3$  за любое бесконечно малое время  $dt$  в течение 1 секунды будет одним и тем же.

Перенеся слагаемое в квадратных скобках в левую часть уравнений (2.20-2.22), после дифференцирования с использованием уравнения неразрывности, получим вторую форму записи уравнений движения:

$$\rho \cdot \frac{DW_x}{d\tau} = \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_x, \quad (2.26)$$

$$\rho \cdot \frac{DW_y}{d\tau} = \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_y, \quad (2.27)$$

$$\rho \cdot \frac{DW_z}{d\tau} = \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_z, \quad (2.28)$$

где

$$\frac{DW_x}{d\tau} = \frac{\partial W_x}{\partial \tau} + W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_x}{\partial z}, \quad (2.29)$$

$$\frac{DW_y}{d\tau} = \frac{\partial W_y}{\partial \tau} + W_x \cdot \frac{\partial W_y}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_y}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_y}{\partial z}, \quad (2.30)$$

$$\frac{DW_z}{d\tau} = \frac{\partial W_z}{\partial \tau} + W_x \cdot \frac{\partial W_z}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_z}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W_z}{\partial z} \quad (2.31)$$

полные (субстанциональные) производные.

Форма записи уравнений движения в виде (2.26-2.28) (условно называемой лагранжевой формой – см. раздел 2.5.1) представляет собой второй закон Ньютона для единицы объема: произведение массы на полное ускорение в направлении  $0L$ , связанное с перемещением в пространстве, равно проекции равнодействующих всех объемных и поверхностных сил в направлении  $0L$ . Уравнения (2.26-2.28) также называются уравнениями Навье-Стокса.

Описание теплотехнических процессов, протекающих в печах (движение газов, теплопередача излучением и конвекцией, нагрев и охлаждение металла) связано с именами крупнейших ученых в истории человечества. Теплотехника является фундаментальной наукой для нашего времени. Многое из теоретической теплотехники может быть позаимствовано и перенесено в теорию металлургических процессов (производство агломерата, чугуна, стали и т.д.). Поэтому глубокое понимание сущности теплотехни-

ческих процессов весьма полезно для металлургов. Вот почему мы приводим две формы записи для уравнения движения.

В трех уравнениях содержатся 4 неизвестные. Для замыкаемости системы уравнений привлекается уравнение неразрывности, которое для трехмерного движения несжимаемой жидкости при установившемся движении имеет вид

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0. \quad (2.32)$$

Система дифференциальных уравнений (2.26-2.28) и (2.32) имеет бесконечное множество частных решений. Единственность решения для конкретной задачи определяется условиями однозначности – граничными условиями и начальными (распределение скоростей в начальный момент времени) условиями. В принципе существует большое количество граничных условий (иногда выделяют до 20 разных видов), но в теплотехнике обходятся тремя, обобщенными уравнением  $A + B \cdot y + C \cdot y' = 0$ :

1-го рода (при  $C = 0$ ):  $A + B \cdot y = 0$ ;

2-го рода (при  $B = 0$ ):  $A + C \cdot y' = 0$ ;

3-го рода:  $A + B \cdot y + C \cdot y' = 0$ .

Здесь  $y$  и  $y'$  – функция и производная функции, заданные на границе расчетной области;  $A, B, C$  – константы, в общем случае, зависящие от времени. Например, для задач движения функцией является скорость и условие "прилипания" потока к стенке (задано значение функции на границе:  $W = 0$ ) – это граничное условие 1-го рода. Если надо указать, что скорость на границе неизменна по сечению потока, то принимают, что  $\partial W / \partial x = 0$ , а это уже граничное условие 2-го рода.

Граничные условия важны для конкретных расчетов, а для анализа общих закономерностей важны дифференциальные уравнения основного процесса.

Если вязкость равна нулю, то из уравнений Навье-Стокса вытекают уравнения Эйлера для идеальной жидкости. Напомним, что газ считается идеальным, если он подчиняется уравнению Клапейрона-Менделеева. В свою очередь, жидкость называют идеальной, если в ней отсутствует вязкость. Как при отсутствии вязкости, так и при бесконечной вязкости (развитое турбулентное течение) скорости в потоке одинаковы. Жидкость, подчиняющаяся закону  $\tau = \eta \cdot \frac{dW}{dL}$ , называется ньютоновской.

## 2.6. Уравнения Навье-Стокса для ламинарного пограничного слоя (уравнения Л. Прандтля)

Как показал Л. Прандтль, система уравнений Навье-Стокса значительно упрощается для ламинарного пограничного слоя у бесконечной пластины, когда  $W_z = 0$ , что позволяет получить аналитическое решение. Заметим: в слое имеет место двумерное течение:  $W_x = f_1(x, y)$ ,  $W_y = f_2(x, y)$ . Двумерность течения обязана уходу жидкости (газа) из ламинарного слоя во внешний поток, поскольку массовый расход при входе потока на плоскость, определяемый как  $m = \rho \cdot W_0 \cdot \delta_x \cdot z$ , заведомо больше расхода в ламинарном пограничном слое с толщиной  $\delta_x$ . При ламинарном течении в каналах имеет место еще более простое одномерное течение:  $W = f(r)$ .

Из-за малой толщины слоя перепад давлений в слое  $\partial P / \partial y$  практически равен нулю и им можно пренебречь. Во внешнем потоке статическое давление не изменяется по ходу потока, что следует из уравнения Бернулли. Безградиентное течение во внешнем потоке обязано начальной кинетической энергии потока при входе на пластину и отсутствию потерь на трение. В самом пограничном слое также принимается:  $\partial P / \partial x = 0$ . Система уравнений для установившегося безградиентного течения в ламинарном пограничном слое и без учета сил тяжести принимает вид

$$W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y} = \nu_{\text{л}} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right), \quad (2.33)$$

$$W_x \cdot \frac{\partial W_y}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_y}{\partial y} = \nu_{\text{л}} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} \right), \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \quad (2.35)$$

Проведя оценку слагаемых в (2.33) и (2.34) и пренебрегая слагаемыми высшего порядка малости Л. Прандтль еще более упростил систему уравнений Навье-Стокса для ламинарного пограничного слоя. Оказывается, уравнение (2.34) не играет большой роли для ламинарного пограничного слоя и им можно пренебречь при описании процесса движения. Первое слагаемое в правой части (2.33) значительно уступает второму слагаемому, т.е. перенос количества движения из слоя за счет теплового движения молекул, что связано с внутренним трением, имеет место лишь по оси  $y$  при большом градиенте скоростей в потоке:  $\partial W_x / \partial y \gg \partial W_x / \partial x$ .

Уравнения Навье-Стокса для ламинарного пограничного слоя при установившемся безградиентном течении  $\partial P / \partial x = \partial P / \partial y = 0$  и без учета влияния сил тяжести принимают вид:

$$W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y} = \eta_{\text{л}} \cdot \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2}, \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \quad (2.37)$$

Уравнения (2.36-2.37) называют уравнениями Л. Прандтля. Они имеют исключительно важное значение не только для механики жидкости и газа, но и для теории конвективного теплообмена.

Решение системы уравнений (2.36-2.37) получено Блазиусом [9, 11].

Окончательные результаты сложны по форме изложения. Скорость в слое определяется с помощью таблиц, рассчитанных численным интегрированием. Однако толщина ламинарного пограничного слоя и касательное напряжение на поверхности пластины определяются по простым формулам:

$$\delta_{\text{л}} / x = 5 / \text{Re}_x^{0,5}, \quad (2.38)$$

где  $\text{Re}_x = W_0 \cdot x / \nu$  – критерий Рейнольдса;

$$\tau_{\text{ст}} = 0,6642 \cdot \frac{1}{\text{Re}_x^{0,5}} \cdot \rho \cdot \frac{W_0^2}{2}. \quad (2.39)$$

Заметим: уравнения Л. Прандтля справедливы при больших значениях критерия Рейнольдса и при условии, что  $\delta \ll L$ .

## 2.7. Интегральное уравнение Т. Кармана для ламинарного пограничного слоя

Формально уравнения Л. Прандтля и решение Блазиуса лишь приближенно описывают распределение скоростей в ламинарном пограничном слое. Основным результатом решения Блазиуса следует считать выражение для толщины ламинарного слоя в виде (2.38). Но это выражение получено весьма сложным методом.

Между тем, для определения функции  $\delta / x = f(\text{Re}_x)$  с большой надежностью можно использовать более простые методы решения задачи, – например, интегральный метод Кармана. В этом методе для описания процесса используется интегро-дифференциальное уравнение в виде

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^{\delta} (W_0 - W_x) \cdot W_x \cdot \rho \cdot dy \right] = \eta_{\text{л}} \cdot \left. \frac{dW_x}{dy} \right|_{y=0} . \quad (2.40)$$

Уравнение (2.40) можно получить интегрированием системы уравнений Л. Прандтля, например, [5] или из баланса количества движения в пограничном слое на длине  $dx$ .

Если строго решать интегро-дифференциальное уравнение (2.40) (т.е. определять функцию  $W_x = f(x, y)$ ), то возникнут математические затруднения, аналогичные затруднениям в схеме решения Блазиуса. Простота интегрального метода Кармана для расчета  $\delta/x$  обязана принятию формально приближенного распределения скоростей в ламинарном пограничном слое для любых  $x$  и  $y$ . Погрешность при задании функции  $W_x = f(x, y)$  в любом виде (прямая, квадратная или кубическая парабола, многочлен и т.д.) для расчета  $\delta/x$  значительно уменьшается после интегрирования. Желательно, чтобы приближенная функция все же отвечала основным граничным условиям для профиля скоростей в пограничном слое. Такой функцией является

$$W_x = W_0 \cdot \left[ 1,5 \cdot \frac{y}{\delta} - 0,5 \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \right] . \quad (2.41)$$

Решение задачи по Карману сначала сведется к простому интегрированию и далее к дифференцированию в (2.40) с учетом (2.41), что гораздо проще методов решения системы дифференциальных уравнений в частных производных.

Такая операция приведет к появлению дифференциального уравнения относительно толщины ламинарного пограничного слоя в виде

$$\delta \cdot d\delta = \frac{140}{13} \cdot \frac{\nu}{W_0} \cdot dx . \quad (2.42)$$

После интегрирования в (2.42), получим

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\text{Re}_x^{0,5}} , \quad (2.43)$$

что по форме записи совпадает с решением Блазиуса. Небольшое отличие постоянных в двух решениях не имеет существенного значения для инженерных расчетов.

Если принять распределение скоростей в ламинарном пограничном слое по закону квадратной параболы, то в (2.43) постоянная будет равна 5,48.

Касательное напряжение на поверхности пластины равно

$$\tau_{\text{ст}} = \tau_{y=0} = \eta_{\text{л}} \cdot \left. \frac{\partial W_x}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{3}{2} \cdot \eta_{\text{л}} \cdot \frac{W_0}{\delta} = 0,323 \cdot \rho \cdot W_0^2 / \text{Re}^{0,5} \quad (2.44)$$

и отличается от решения Блазиуса (2.39) всего лишь на 3 %.

## 2.8. Уравнения Рейнольдса для турбулентного движения. Турбулентное касательное напряжение

Турбулентное течение существенно отличается от ламинарного. На рис. 2.10 показана осциллограмма колебаний скорости в определенной неподвижной точке турбулентного потока. Мгновенная скорость  $W_\tau$  пульсирует около некоторого среднего во времени значения  $\overline{W}$ . Помимо показанного на диаграмме изменения абсолютной величины происходит еще и изменение направления мгновенной скорости. Отклонение мгновенной скорости  $W_\tau$  от средней во времени  $\overline{W}_{\Delta\tau}$  называют пульсациями скорости или пульсационными скоростями  $U_\tau$ . Таким образом, турбулентное движение состоит как бы из регулярного движения, описываемого осредненными значениями скоростей, и из наложенного на него хаотического пульсационного течения. При пульсациях скорости происходит перенос механической энергии.



Рис. 2.10. Изменение скорости  $W_\tau$  в неподвижной точке потока

Турбулентное течение, строго говоря, является нестационарным процессом. Однако, если осредненные во времени скорости не изменяются, то такое движение и связанный с ним перенос механической энергии, можно рассматривать как стационарные процессы [5].

Осредненная скорость определится интегральным путем

$$\overline{W} = \frac{1}{\Delta\tau} \cdot \int_{\Delta\tau} W_\tau \cdot d\tau. \quad (2.45)$$

Интервал времени осреднения  $\Delta\tau$  должен быть достаточно большим по сравнению с периодом пульсаций, но в то же время достаточно малым, чтобы учесть возможность изменения средней скорости [5].

При изложении этого раздела возникают некоторые затруднения. Дело в том, что при выводе уравнений Навье-Стокса в балансе сил, действующих

щих на элементарный объем  $dV$ , используются лишь силы трения, обязанные естественной вязкости, т.е. переносу количества движения из слоя в слой за счет теплового движения молекул. Силы трения, обязанные турбулентности, в уравнениях Навье-Стокса формально не фигурируют. Во многих учебниках весьма осторожно подчеркивается: ...полагая, что уравнения Навье-Стокса справедливы для отдельных струек пульсационного течения [5]; ...допуская, что уравнения Навье-Стокса применимы и для турбулентного движения [8] или ...будем считать, что уравнения Навье-Стокса применимы к турбулентному движению [12]. Однако, можно встретить и утверждения в виде: ...уравнения Навье-Стокса применимы в равной степени, как к ламинарному, так и к турбулентному течениям [9].

Применимость уравнений Навье-Стокса к турбулентному движению показал О. Рейнольдс.

Рассмотрим двумерное движение. Скорость  $W_y$  может быть обязана конфигурации канала при ламинарном движении и турбулентным пульсациям при турбулентном движении в цилиндрическом канале. Направленная скорость  $W_y$  при турбулентном движении обращается в нуль на стенке канала. Для уравнений Навье-Стокса совершенно безразлична природа образования скорости  $W_y$ , поскольку в уравнениях учитывается перенос количества движения, обязанный этой скорости.

При установившемся турбулентном течении скорость в каждой точке в конце  $\Delta t$  равна скорости в момент  $t$ , следовательно, изменение количества движения в потоке за  $\Delta t$  равно нулю. Но количество движения, переносимое пульсациями из слоя с повышенной скоростью в слой с пониженной скоростью имело место. Совершенно очевидно, что переносимое количество движения за  $\Delta t$ , согласно теореме импульсов Эйлера, должно пойти на работу против сил турбулентного трения. Следовательно, в уравнения Навье-Стокса нужно не вводить силы турбулентного трения, а выделить в уравнениях эти силы, что по сущности физического процесса не одно и то же.

Естественно предположить, что уравнения движения для турбулентного потока должны быть выражены через известные осредненные скорости  $\overline{W}_x$ ,  $\overline{W}_y$  и  $\overline{W}_z$ , определяемые, например, из эксперимента, и пульсационные скорости  $U_x$ ,  $U_y$  и  $U_z$ , которые неизвестны в практике и в инженерных расчетах, но считаются известными в теории.

Как отмечалось выше, уравнения движения в эйлеровой форме записи имеют ясный физический смысл. Поэтому не случайно, что О. Рейнольдс пользовался уравнениями Навье-Стокса именно в эйлеровой форме записи.



Уравнения О. Рейнольдса имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \overline{W_x})}{\partial \tau} = & - \left[ \frac{\partial(\rho \overline{W_x W_x})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \overline{W_x W_y})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \overline{W_x W_z})}{\partial z} \right] + \rho g_x - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_x U_y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_x U_z} \right), \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \overline{W_y})}{\partial \tau} = & - \left[ \frac{\partial(\rho \overline{W_x W_y})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \overline{W_y W_y})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \overline{W_y W_z})}{\partial z} \right] + \rho g_y - \frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_y U_y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_z U_y} \right), \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \overline{W_z})}{\partial \tau} = & - \left[ \frac{\partial(\rho \overline{W_x W_z})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \overline{W_y W_z})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \overline{W_z W_z})}{\partial z} \right] + \rho g_z - \frac{\partial \overline{P}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_z}}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_z}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_y U_z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_n \frac{\partial \overline{W_z}}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_z U_z} \right). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Из уравнений О. Рейнольдса видно, что наличие пульсационных скоростей в турбулентном потоке как бы приводит к образованию дополнительных напряжений – дополнительных к тем, которые имели бы место в ламинарном потоке, если бы распределение скоростей в нем совпадало с распределением осредненных скоростей в турбулентном потоке.

Слагаемые с осредненными значениями для произведения двух пульсационных скоростей:  $-\rho \cdot \overline{U_x U_x}$ ,  $-\rho \cdot \overline{U_z U_x}$ ,  $-\rho \cdot \overline{U_x U_z}$ ,  $-\rho \cdot \overline{U_y U_y}$ ,  $-\rho \cdot \overline{U_y U_z}$ ,  $-\rho \cdot \overline{U_x U_y}$  и соответствуют этим дополнительным напряжениям. Заметим: силы трения положительны, поскольку положительным пульсациям отвечают отрицательные пульсации и наоборот. Слагаемые с производными в (2.46-2.48) по физическому смыслу представляют равнодействующую сил трения, обязанным естественной и турбулентной вязкости, действующей на все 6 граней элементарного объема  $dx \cdot dy \cdot dz$ . Значения  $-\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot \overline{U_x^2})$ ,  $-\frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot \overline{U_y^2})$ ,  $-\frac{\partial}{\partial z}(\rho \cdot \overline{U_z^2})$  представляют нормальные напря-

жения, аналогичные напряжениям  $\eta_{\perp} \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2}$ ,  $\eta_{\perp} \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2}$ ,  $\eta_{\perp} \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2}$ . Они действуют на площадках  $dy \cdot dz$ ,  $dx \cdot dz$  и  $dx \cdot dy$ .

Слагаемые

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \cdot \overline{U_x U_y}, \quad (2.49)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \cdot \overline{U_z U_x}, \quad (2.50)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \cdot \overline{U_y U_z} \quad (2.51)$$

представляют касательные напряжения. Они действуют на гранях  $dx \cdot dy$ ,  $dx \cdot dz$ ,  $dy \cdot dz$ .

Используя уравнение неразрывности для осредненных скоростей в виде

$$\frac{\partial \overline{W_x}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{W_z}}{\partial z} = 0, \quad (2.52)$$

уравнения (2.46-2.48) можно перевести во вторую – лагранжевую – форму записи.

Перенеся слагаемые в квадратной скобке в правой части уравнений (2.46-2.48) в левую и учитывая (2.52), уравнения О. Рейнольдса (2.46-2.48) после преобразований предстанут в современном литературном виде

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{D\overline{W_x}}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_x U_y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_x}}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_x U_z} \right), \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{D\overline{W_y}}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_y U_y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_{\perp} \frac{\partial \overline{W_y}}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_y U_z} \right), \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{D\bar{W}_z}{dt} = \rho g_z - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\text{л}} \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial x} - \rho \cdot \overline{U_x U_z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_{\text{л}} \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial y} - \rho \cdot \overline{U_y U_z} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_{\text{л}} \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial z} - \rho \cdot \overline{U_z U_z} \right), \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\text{где } \frac{D\bar{W}}{dt} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + W_x \cdot \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} - \quad (2.56)$$

– полная производная для осредненной скорости.

Преобразования О. Рейнольдса для выяснения связи между касательными напряжениями и пульсациями, в какой-то мере носят чисто формальный характер. Поэтому не случайно Г. Шлихтинг [13] рекомендовал выяснить эту связь более простым путем, исходя из физической картины переноса. Рекомендация Г. Шлихтинга использована в [5, 7] на примере более простого турбулентного движения (см. рис. 2.11). Выражение для среднеинтегрального значения количества движения относительно оси Ох, переносимое в направлении Оу за единицу времени через единицу контрольной поверхности АА (рис. 2.11) при наличии пульсаций имеет вид



Рис. 2.11. Мгновенное значение скорости в одной из точек плоского турбулентного потока

$$\bar{J} = \frac{1}{\Delta \tau} \int (\rho W_x W_y) d\tau = \rho \overline{W_x W_y} = \rho \overline{W_x} \overline{W_y} + \rho \overline{U_x U_y} \quad [\text{Н/м}^2]. \quad (2.57)$$

Но именно эта запись для  $J$  лежит в основе вывода уравнений движения в эйлеровой форме записи.

Выявление же связи между турбулентными напряжениями и пульсациями в (2.49-2.51) [5, 7] аналогично методу О. Рейнольдса, а именно: силы турбулентного трения определяются не в момент  $\tau$ , а лишь в результате осреднения передаваемого количества движения за характерное время  $\Delta \tau$ . Кроме того, используются одни и те же выражения для осредненных величин.

Отметим, что уравнение неразрывности для пульсационных скоростей имеет вид аналогичный уравнению (2.32)

$$\frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial z} = 0. \quad (2.58)$$

## 2.9. Уравнения О. Рейнольдса для турбулентного пограничного слоя

Для описания процесса движения в турбулентном пограничном слое с  $W_z = 0$  в уравнениях Рейнольдса (как и в уравнениях Навье-Стокса для ламинарного пограничного слоя), можно пренебречь уравнением для скорости  $W_y$ . Также можно пренебречь слагаемым  $\frac{\partial}{\partial x}(-\rho \cdot \overline{U_x U_y})$  и силами трения, обусловленных естественной вязкости. Уравнения Рейнольдса для установившегося безнапорного турбулентного течения в пограничном слое предстанут в виде:

$$\rho \left( \bar{W}_x \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial x} + \bar{W}_y \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( -\rho \cdot \overline{U_x U_y} \right), \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \bar{W}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{W}_y}{\partial y} = 0. \quad (2.60)$$

Выражая силу турбулентного трения по Буссинеску, уравнение (2.59) принимает вид

$$\rho \left( \bar{W}_x \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial x} + \bar{W}_y \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_\tau \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial y} \right), \quad (2.61)$$

где

$$\eta_\tau = \frac{\rho \cdot \overline{U_x U_y}}{\partial \bar{W}_x / \partial y}. \quad (2.62)$$

Форма записи в (2.61) обязана зависимости  $\eta_\tau$  от координаты  $y$ .

## 2.10. Распределение скоростей в турбулентном пограничном слое по Л. Прандтлю

Согласно представлениям Л. Прандтля, пульсация  $U_x$  пропорциональна производной осредненной скорости  $\partial \bar{W}_x / \partial y$  и длине пути перемешива-

ния  $L$ . В свою очередь пульсация  $U_y$  пропорциональна пульсации  $U_x$ . Следовательно, с точностью до постоянной имеем

$$\tau_t = \rho \cdot L^2 \cdot \left( \frac{\partial \overline{W}_x}{\partial y} \right)^2. \quad (2.63)$$

Под длиной перемешивания понимается путь, который проходит турбулентная макрочастица в поперечном направлении из слоя с  $y_1$  в слой с  $y_2$ , не потеряв первоначальную скорость  $W_{x1}$  до столкновения с другими макрочастицами в слое с  $y_2$ , обладающими скоростью  $W_{x2}$ .

Как уже отмечалось, в турбулентном пограничном слое можно пренебречь ламинарной вязкостью. Но Л. Прандтль принял  $\tau_t$  независимой величиной от координаты  $y$  и равной касательному напряжению на поверхности стенки  $\tau_{ст}$ , что противоречит теореме импульсов Эйлера. Полагая линейную связь между длиной перемешивания  $L$  и расстоянием " $y$ " в виде  $L = \chi \cdot y$  и назвав  $\tau_{ст}/\rho$  динамической скоростью  $W_d$ , Л. Прандтль определял распределение скоростей в турбулентном пограничном слое из дифференциального уравнения

$$\frac{dW_x}{dy} = \frac{W_d}{\chi \cdot y}, \quad (2.64)$$

где  $\chi \approx 0,4$  – экспериментальная константа. Для упрощения записи здесь и в дальнейшем знак осреднения скорости по времени опущен.

Интегрируя (2.64), получим

$$W_x = \frac{W_d}{\chi} \ln y + C. \quad (2.65)$$

При  $y = 0$  имеем  $W_x = -\infty$ , что противоречит здравому смыслу. Можно предположить, что именно из-за этого противоречия и возникло понятие о вязком пограничном слое у твердой поверхности, в котором течение носит ламинарный характер. В этом случае постоянная интегрирования в (2.65) определится из условия, что при  $y = \delta_d^r$  скорость  $W_x = W_\delta$ , которая также подлежит определению. После определения постоянной  $C$  выражение (2.65) принимает вид

$$\frac{W_x}{W_d} = A \cdot \ln \frac{W_d \cdot y}{v} + B, \quad (2.66)$$

где  $B = W_\delta/W_d - \chi^{-1} \cdot \ln(W_\delta/W_d)$ ;  $A = \chi^{-1}$ .

Формула (2.66) неоднократно сопоставлялась с экспериментальными данными при различных значениях  $W_d \cdot y / \nu$  и потому ее называют универсальным логарифмическим распределением осредненной скорости в пристенной области турбулентного пограничного слоя. Результаты сопоставления с опытными данными И. Никурадзе изображены на рис. 2.12.



Прямая 2 для пристенной области (вблизи вязкого подслоя) имеет вид

$$\frac{W_x}{W_d} = 5,6 \cdot \lg \frac{W_d \cdot y}{\nu} + 4,9. \quad (2.67)$$

Кривая 1 отвечает линейному распределению скоростей в вязком подслое (на оси абсцисс отложен логарифм безразмерной координаты  $Y = W_d \cdot y / \nu$ ).

Пересечение кривых 1 и 2 соответствует значению  $Y_d = 1/12$ , тогда

$$\delta_d^* = 12 \cdot \frac{\nu_d}{W_d}. \quad (2.68)$$

## 2.11. Расчет толщины турбулентного пограничного слоя на бесконечной пластине ( $W_z = 0$ ) по Т. Карману

Решение Л. Прандтля для распределения скоростей в турбулентном пограничном слое формально приближенно из-за вывода самого уравнения (2.66) (две гипотезы для  $U_x$  и  $U_y$ , принятие касательного напряжения, независимым от координаты  $y$ ). Кроме того, нужно знание постоянной  $\chi$ , определяемой из эксперимента, и динамической скорости, которая определяется неизвестной силой трения на поверхности пластины.

Для инженерных расчетов весьма полезно по аналогии с закономерностями для ламинарного пограничного слоя знание зависимости толщины пограничного турбулентного слоя от  $x$ .

Поэтому рационально получить явную зависимость  $\delta_t = f(x)$  из уравнения Кармана (2.40), которое справедливо и для турбулентного пограничного слоя при использовании в уравнении осредненной скорости  $\bar{W}_x$ . Но для решения уравнения Кармана нужно знать распределение осредненной скорости в слое и касательное напряжение на поверхности пластины, которое также является функцией от  $x$ .

Согласно экспериментальным данным, распределение осредненной скорости в пограничном слое надежно описывается степенной зависимостью

$$\frac{\bar{W}_x}{W_0} = \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{7}}, \quad (2.69)$$

Касательное напряжение на поверхности пластины определяется по эмпирической формуле Блазиуса

$$\tau_{ct} = 0,0228 \cdot \frac{\rho \cdot W_0^2}{Re_{\delta}^{0,25}}, \quad (2.70)$$

где  $Re_{\delta} = W_0 \cdot \delta / \nu$ .

Подставляя (2.69) и (2.70) в уравнение (2.40), после преобразований, получим

$$\frac{\delta_t}{x} = \frac{0,376}{Re_x^{0,2}}, \quad (2.71)$$

где  $Re_x = W_0 \cdot x / \nu$ .

## 2.12. Распределение скоростей в круглой трубе

Именно движение в каналах представляет основной интерес для инженерной механики жидкости и газов (подача газа и воздуха в печь, удаление продуктов горения топлива из печи и т.д.). Рассмотрим одномерное ламинарное движение в круглом канале при  $W_x = f(r)$ , – оно проще двумерного движения в ламинарном пограничном слое. Именно для ламинарного движения в круглой трубе и при движении между двумя бесконечными пластинами (течение Пуазейля) возможно строгое решение уравнений Навье-Стокса без каких-либо упрощений. Но, поскольку, установившемуся течению в каналах предшествует течение с образованием и слиянием идущих навстречу друг другу пограничных слоев, более логично начинать познание закономерностей движения для ламинарного и турбулентного пограничных слоев, что и сделано в предыдущем разделе.

### 2.12.1. Распределение скоростей, коэффициенты усреднения скоростей при ламинарном движении в круглой трубе

Согласно теоретическим и экспериментальным данным распределение скоростей в потоке при ламинарном движении в круглой трубе отвечает закону квадратной параболы (рис. 2.9)

$$\frac{W_r}{W_{\text{ось}}} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2. \quad (2.72)$$

Вид формулы (2.72) удачен тем, что скорость на оси можно определить экспериментально, а по ней уже можно рассчитать скорости в любых точках по сечению трубы.

Следовательно, касательное напряжение (сила трения) изменяется линейно

$$\tau_l = -\eta_l \cdot \frac{\partial W_r}{\partial r} = \eta_l \cdot W_{\text{ось}} \cdot 2 \cdot \frac{r}{R^2} = \tau_{\text{ст}} \cdot \frac{r}{R}, \quad (2.73)$$

где  $\tau_{\text{ст}} = \eta_l \cdot W_{\text{ось}} \cdot 2/R$  – касательное напряжение на стенке.

Решение (2.73) вытекает из уравнения импульсов Л. Эйлера и справедливо для турбулентного течения.

Объемный и массовый расход газа рассчитывается через среднюю расходную скорость  $\bar{W}$  :

$$v = F_{\text{тр}} \cdot \bar{W}, \quad (2.74)$$

$$m = F_{\text{тр}} \cdot \bar{W} \cdot \rho, \quad (2.75)$$



где  $F_{\text{тр}}$  – площадь сечения трубопровода, а  $\overline{W}$  определится интегральным путем

$$\overline{W} = \frac{1}{F_{\text{тр}}} \int_0^R (2\pi \cdot r \cdot W_r) dr. \quad (2.76)$$

Выражая по И.Д. Семикину [14] среднюю расходную скорость через скорость на оси потока в виде

$$\overline{W} = K_1 \cdot W_{\text{ось}}, \quad (2.77)$$

где  $K_1$  – коэффициент усреднения скорости для расчета  $\overline{W}$ , после подстановки (2.72) в (2.76) и интегрирования, получим:  $\overline{W} = 0,5 \cdot W_{\text{ось}}$  и  $K_1 = 0,5$ .

В механике газов большую роль играет количество движения потока (смотри теорему импульсов Эйлера, закономерности свободной струи).

Секундное количество движения определится из выражения

$$I = m \cdot \overline{\overline{W}} \text{ [Н]}, \quad (2.78)$$

где  $\overline{\overline{W}}$  – средняя скорость в потоке для определения количества движения (среднеимпульсная скорость).

Расход газа в центральной части потока весьма мал относительно расхода газа в трубе, но зато газ движется с максимальной скоростью и по этой причине  $\overline{\overline{W}} > \overline{W}$ .

Средняя скорость в потоке  $\overline{\overline{W}}$  определяется интегральным путем.

$$\overline{\overline{W}} = \frac{I}{m} = \frac{1}{\rho \cdot W \cdot F_{\text{тр}}} \cdot \int_0^R (2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot W_r^2) dr = \frac{2}{3} W_{\text{ось}}.$$

По И.Д. Семикину  $\overline{\overline{W}} = K_2 \cdot W_{\text{ось}}$ , тогда для ламинарного движения в круглой трубе  $K_2 = 2/3 = 0,667$ .

Кинетическую энергию потока удобно отнести к единице времени

$$E = m \cdot \left( \overline{\overline{W}} \right)^2 / 2 \text{ [Вт]}, \quad (2.79)$$

где  $\overline{\overline{W}}$  – средняя скорость в потоке для расчета кинетической энергии через массовый расход потока (среднеэнергетическая скорость).

Кинетическая энергия (правильнее называть секундная кинетическая энергия) газа в центральной части потока из-за квадрата максимальной

скорости играет существенную роль в кинетической энергии всего потока и потому  $\overline{\overline{W}} > \overline{\overline{W}} > \overline{W}$ . Средняя скорость  $\overline{\overline{W}}$  определяется интегральным путем.

$$\overline{\overline{W}} = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot E} = \sqrt{\frac{2}{\rho \cdot \overline{W} \cdot F_{\text{тр}}} \cdot \int_0^R \left( 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot W_r \cdot \frac{W_r^2}{2} \right) dr} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot W_{\text{ось}}}. \quad (2.80)$$

Выражая  $\overline{\overline{W}}$  через  $W_{\text{ось}}$  в виде  $\overline{\overline{W}} = K_3 \cdot W_{\text{ось}}$ , имеем:  $K_3 = \sqrt{1/2} = 0,707$ .

В уравнении Бернулли должно использоваться среднее динамическое давление в потоке  $\overline{P}_{\text{дин}}$ , которое представляет среднюю кинетическую энергию 1 м<sup>3</sup> газа

$$\overline{P}_{\text{дин}} = \frac{E}{v} = \frac{m \cdot \overline{\overline{W}}^2}{2 \cdot v} = \frac{\rho \cdot \overline{\overline{W}}^2}{2} = \frac{\rho \cdot (K_3 \cdot W_{\text{ось}})^2}{2} \quad [\text{Па} = \text{Дж/м}^3]. \quad (2.81)$$

Обычно среднее динамическое давление в потоке рассчитывают через среднюю расходную скорость  $\overline{W}$ . Выражая  $W_{\text{ось}}$  через  $\overline{W}$ , получим

$$\overline{P}_{\text{дин}} = \frac{K_3^2 \cdot \overline{W}^2 \cdot \rho}{K_1^2 \cdot 2}. \quad (2.82)$$

Величина  $K_3^2 / K_1^2$  представляет коэффициент Кориолиса  $\alpha_K$ . Для ламинарного движения в круглой трубе  $\alpha_K = \frac{\sqrt{0,5^2}}{0,5^2} = 2$ , т.е. действительное среднее динамическое давление в 2 раза больше динамического давления, определенного по средней расходной скорости  $\overline{W}$ .

Формула для секундного количества движения, рассчитанного по средней расходной скорости, запишется в виде

$$I = m \cdot \overline{\overline{W}} = m \cdot K_2 \cdot W_{\text{ось}} = m \cdot K_2 \cdot \overline{W} / K_1 = F \cdot \rho \cdot (\overline{W})^2 \cdot K_2 / K_1 \quad [\text{Н}]. \quad (2.83)$$

Величина  $K_2 / K_1$  представляет коэффициент Буссинеска  $\alpha_6$ , служащий для расчета количества движения потока через среднюю расходную скорость  $\overline{W}$ .

### **2.12.2. Теорема импульса Эйлера и уравнение Бернулли для всего потока**

При записи уравнений (1.20) и (2.19) особо подчеркивалось, что скорость во всех точках в любом сечении потока одинакова. Более правильно говорить, что уравнения (1.20) и (2.19) справедливы для элементарной струйки в потоке. Поскольку в сечении потока имеет место неравномерность скоростей, то в уравнении импульсов Эйлера нужно использовать реальное количество движения, а в уравнении Бернулли – реальную кинетическую энергию (т.е. среднее динамическое давление) в различных сечениях в потоке.

Уравнение импульсов Эйлера и уравнение Бернулли для всего потока принимают окончательный вид:

$$m \cdot (\alpha_{62} \cdot \overline{W}_2 - \alpha_{61} \cdot \overline{W}_1) = G_{\Sigma} \text{ [Н]}, \quad (2.84)$$

$$P_{1\text{ст}} + \alpha_{\kappa 1} \cdot \frac{\overline{W}_1^2 \cdot \rho}{2} + \rho g z_1 = P_{2\text{ст}} + \alpha_{\kappa 2} \cdot \frac{\overline{W}_2^2 \cdot \rho}{2} + \rho g z_2 + \Delta P_{\text{пот12}} \text{ [Па]}. \quad (2.85)$$

### **2.12.3. Распределение скоростей в круглой трубе при турбулентном течении**

Как отмечалось в разделе 2.10, Л. Прандтль принял допущение: турбулентное касательное напряжение  $\tau_t$  не зависит от координаты  $y$ , что противоречит выражению (2.73), вытекающего из уравнения импульсов Эйлера и для турбулентного течения.

В связи с этим неожиданным явилось хорошее совпадение измеренных профилей скорости логарифмическому закону по всему сечению потока вплоть до оси трубы. Причина этого обстоятельства, как указал Т. Карман, заключается в том, что допущение Л. Прандтля  $\tau_t = \tau_{\text{ст}}$  компенсировалось другим допущением – принятием линейной зависимости для пути перемешивания [9].

Все трубы имеют шероховатость. Но если толщина вязкого подслоя превышает размер бугорка шероховатости, то она считается аэродинамической "гладкой" трубой.

По опытным данным И. Никурадзе в диапазоне  $Re = 4 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^6$  для гладких труб имеет место

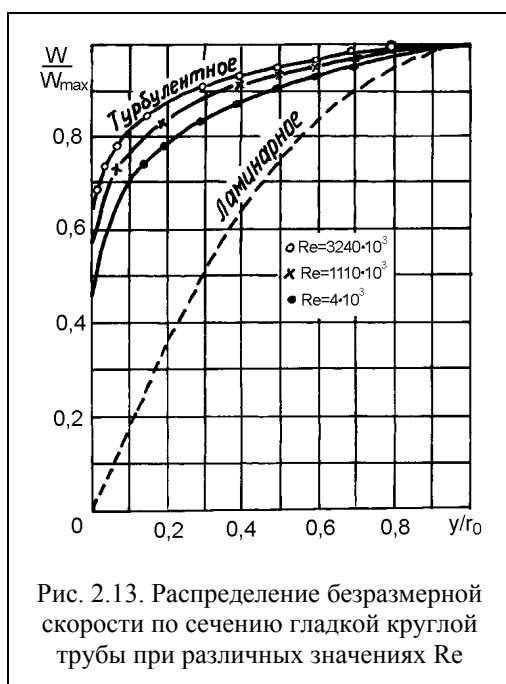
$$\frac{W_x}{W_d} = 2,5 \cdot \ln \frac{W_d \cdot y}{\nu_d} + 5,5, \quad (2.86)$$

где  $y = R - r$ ,  $R$  – радиус трубы,  $r$  – текущий радиус.

На рис. 2.13 представлено распределение скоростей для "гладкой" трубы при различных критериях Рейнольдса. Чем больше критерий Рейнольдса, тем заметнее изменяется скорость вблизи стенки, профиль скоростей становится более полным.

Т. Карман и С.И. Аверин определяли распределение скоростей в турбулентном потоке из уравнения, в котором учитывается изменение касательного турбулентного напряжения по сечению потока

$$\tau_t = \tau_{ct} \cdot \frac{y}{R}. \quad (2.87)$$



трения на стенке. В свою очередь, сила трения на стенке зависит от распределения скоростей в потоке, и, следовательно, от критерия Рейнольдса. Таким образом, скорость в потоке определяется в неявном виде. Отсутствие конкретной связи между динамической скоростью и критерием Рейнольдса осложняет использование решений Прандтля, Кармана и Аверина в инженерных расчетах.

Т. Карман и С.И. Аверин, как и Л. Прандтль, пренебрегают ламинарной вязкостью в турбулентном ядре потока. Распределение скоростей в потоке по Карману и Аверину, как и в решении Прандтля, выражается через динамическую скорость  $W_d$ . Различие решений по Карману и Аверину обязано определению постоянных интегрирования из различных граничных условий. Т. Карман использует общепринятое понятие о вязком пограничном слое, а С.И. Аверин использует понятие о вихревом пограничном слое.

В решениях Кармана и Аверина также получается логарифмическое распределение скоростей. В трех решениях динамическая скорость определяется неизвестной силой

Выдающийся американский физик-педагог Р. Фейнман отмечает [15] по поводу теории турбулентности: "Это – центральная проблема, которую в один прекрасный день нам понадобится решить, а мы этого не умеем".

## 2.13. Потери на трение

### 2.13.1. Потери на трение при ламинарном течении

Потери на трение согласно уравнению Бернулли компенсируются падением статического давления на участке  $L_{12}$  и теоретически для ламинарного движения рассчитываются по формуле:

$$\Delta P_{тр12} = \eta_l \cdot \frac{32 \cdot L_{12}}{D^2} \cdot \bar{W}, \quad (2.88)$$

т.е. потери на трение при ламинарном движении пропорциональны средней расходной скорости  $\bar{W}$  в первой степени.

Между тем, при развитом турбулентном движении потери пропорциональны квадрату средней расходной скорости. Исходя из этих соображений, потери на трение определяются по универсальной формуле Дарси-Вейсбаха

$$\Delta P_{тр} = \mu_{тр} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\bar{W}^2 \cdot \rho}{2}, \quad (2.89)$$

где  $\mu_{тр}$  – коэффициент трения, определяемый из эксперимента. Для ламинарного движения в круглой трубе из (2.88) и (2.89) следует

$$\mu_{тр} = \frac{64}{Re}. \quad (2.90)$$

Для ламинарного движения между двумя бесконечными плоскостями  $W_y = 0$ , а распределение скоростей также отвечает закону квадратной параболы в виде (2.72) с заменой  $R$  на  $H$ , где  $H$  – половина ширины канала.

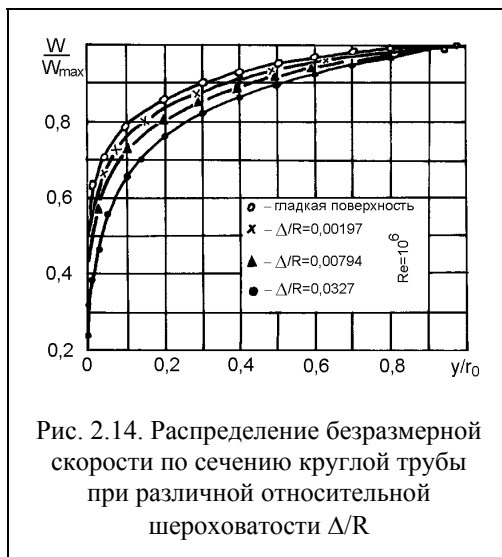
Для прямоугольного канала в уравнении (2.89) используется гидравлический диаметр канала

$$D_{гидр} = \frac{4 \cdot F}{\Pi}, \quad (2.91)$$

где  $F [м^2]$  – "живое" сечение канала;  $\Pi [м]$  – периметр канала.

### 2.13.2. Потери на трение при турбулентном течении

На распределение скоростей в турбулентном потоке, бесспорно, влияет шероховатость стенки трубы. На рис. 2.14 представлено распределение скоростей для  $Re = 10^6$  при различной относительной шероховатости трубы  $\varepsilon_{ш} = \Delta/R$ , где  $\Delta$  – размер бугорка. Чем меньше  $\varepsilon_{ш}$ , тем более гладкая поверхность трубы.



ность трубы.

Каждому профилю скоростей соответствует свой закон сопротивлений и свой коэффициент трения  $\mu_{тр}$ . Коэффициент трения для аэродинамически "гладких" труб может быть определен теоретически. Поскольку теоретические формулы для расчета  $\mu_{тр}$  относительно сложны и в принципе приближенны, то коэффициент  $\mu_{тр}$  лучше всего определять из опытных данных.

Хотя и здесь не все так просто. Дело в том, что шероховатость имеет различную структуру (волнистую и зернистую), различные размеры бугорков,

различную концентрацию бугорков на единицу поверхности трубы и т.д.

На рис. 2.15 представлены экспериментальные данные зависимости  $\mu_{тр} = f(Re, \Delta/R)$  для труб с относительной шероховатостью  $\varepsilon_{ш} = \Delta/R$  менее 0,0667. При малой относительной шероховатости ( $\Delta/R < 0,00197$ ) кривая  $\mu_{тр} = f(Re)$  совпадает с кривой для "гладких" труб. Чем больше критерий Рейнольдса для гладких труб, тем меньше коэффициент трения  $\mu_{тр}$  (как при ламинарном течении).

При большой шероховатости труба ведет себя как гладкая лишь в небольшом интервале изменения критерия Рейнольдса. Начиная с некоторого значения  $Re_1$ , коэффициент  $\mu_{тр}$  постепенно увеличивается. Однако при достижении определенного значения критерия  $Re_2$ , дальнейшее возрастание критерия  $Re$  не приводит к возрастанию коэффициента трения. Величина коэффициента трения в этой области определяется только относительной шероховатостью. Чем больше  $\Delta/R$ , тем больше и  $\mu_{тр}$ , что легко объяснимо. При  $\Delta$  больше  $\delta_{л}$ , бугорки обтекаются турбулентным потоком, как плохо обтекаемые тела, с образованием отрывных (вихревых) зон. В этой области течения потери пропорциональны квадрату скорости.

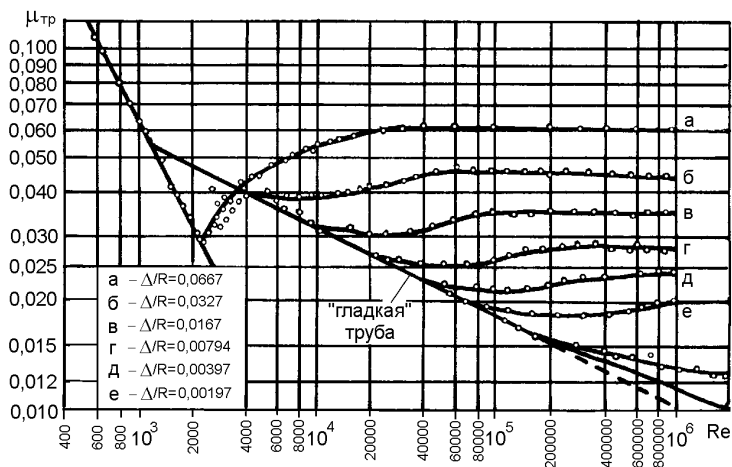


Рис. 2.15. Зависимость коэффициента трения от Re при различной относительной шероховатости  $\Delta/R$

## 2.14. Потери при местных сопротивлениях

При переходе потока из узкого канала в широкий (переход с большой скорости  $W_1$  на малую  $W_2$ ) прежде всего, присутствуют потери энергии компрессии из-за подтормаживания потока. Однако основные потери обязаны возникновению обратного движения в пространстве между потоком и стенкой канала, т.е. потерям при движении потоков навстречу друг другу (рис. 2.16).

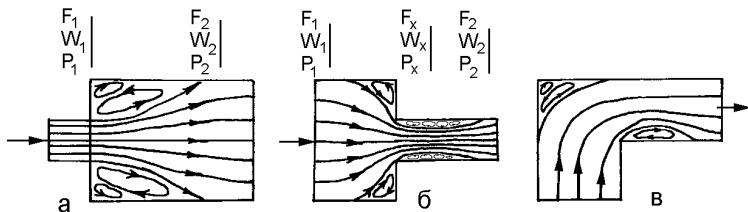


Рис. 2.16. Виды гидравлических сопротивлений:

а - переход из узкого в широкое; б - переход из широкого в узкое; в - поворот на  $90^\circ$

Возврат газов из сечения 2-2 в сечение 1-1 для варианта "а" обязан более высокому статическому давлению  $P_{ст2}$ , по сравнению с  $P_{ст1}$  из-за перехода избыточной кинетической энергии  $\Delta P_{дин12} = (\rho \cdot W_1^2 / 2 - \rho \cdot W_2^2 / 2)$  в статическую, поскольку  $\Delta P_{дин12} > \Delta P_{пот12}$ . Крайние молекулы с небольшой скоростью движутся по пути наименьшего сопротивления.

Согласно формуле Борда потери при расширении потока под углом  $\alpha = 180^\circ$  при условии равенства скоростей по сечению определяются по формуле:

$$\Delta P_{рас} = \frac{(\overline{W}_1 - \overline{W}_2)^2 \cdot \rho}{2}. \quad (2.92)$$

По такой же формуле в теоретической механике определяется потеря кинетической энергии при неупругом ударе твердых тел. Поэтому потери давления при внезапном расширении обычно называют потерями на удар.

Потери уменьшаются с уменьшением угла перехода  $\varphi$  и в диффузоре с  $\varphi = 6-8^\circ$  практически минимальны. Следовательно, диффузор служит для максимального перехода кинетической энергии потока в энергию компрессии. Потери при переходе под углом  $\varphi$  рассчитываются по универсальной формуле для любых переходов:

$$\Delta P_{рас} = K_{рас} \cdot \frac{\overline{W}_1^2 \cdot \rho}{2}. \quad (2.93)$$

Значения  $K_{рас} = (\varphi, D_2 / D_1)$  приведены в справочной литературе. При  $\varphi = 180^\circ$  коэффициент потерь  $K_{рас} = \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2$ . Когда  $D_2 \gg D_1$ , полностью теряется динамическое давление  $P_{дин1}$ .

Потери при переходе потока из широкого канала в узкий (переход с малой скорости на большую), потери при повороте потока без изменения и с изменением скорости также обязаны образованию вихревой зоны (см. рис. 2.16б, 2.16в) в пространстве между стенкой канала и потоком газа. Потери при переходе можно рассчитать по формуле потерь при переходе с большой скорости  $W_x$  на меньшую  $W_2$ :

$$\Delta P_{рас} = \frac{(W_x^2 - W_2^2) \cdot \rho}{2}. \quad (2.94)$$

Поскольку скорость  $W_x$  не известна, то потери рассчитывают по универсальной формуле (2.93), где  $K_{суж}$ ,  $K_{пов}$  определяются из эксперимента.



При переходе из широкого канала в узкий по И.Д. Семикину коэффициент потерь  $K_{\text{суж}}$  определяется по формуле:

$$K_{\text{суж}}(\varphi, D_2 / D_1) = 0,5 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right] \cdot \left( 1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right). \quad (2.95)$$

Максимальные потери будут при переходе из бесконечного пространства под углом  $\varphi = 360^\circ$ . Они равны:  $\Delta P_{\text{суж}} = P_{\text{дин}}$ .

При повороте потока без изменения скорости по И.Д. Семикину

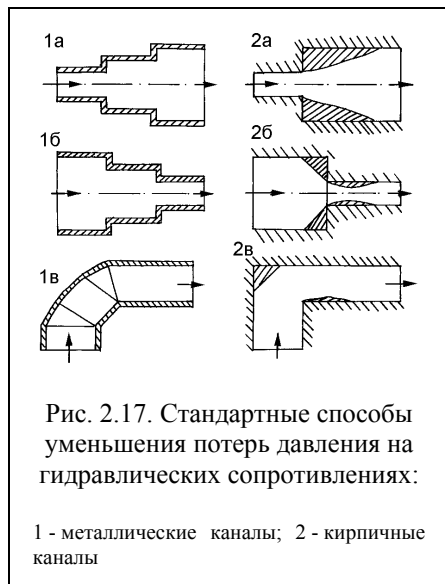
$$K_{\text{пов}} \left( \varphi, \frac{R}{D} \right) = (1 - \cos \varphi) \frac{1}{1 + 3 \frac{R}{D}}, \quad (2.96)$$

где  $R$  – радиус закругления канала.

Обращаем внимание на то, что в формулах (2.95-2.96) не учитывается неравномерность скоростей по сечению потока.

При резком повороте потока под углом  $\varphi = 90^\circ$  ( $R = 0$ ) теряется действительное динамическое давление  $P_{\text{дин}} = \alpha_k \frac{\bar{W}^2 \cdot \rho}{2}$ , т.к. получается, что  $K_{\text{пов}} = \alpha_k$ .

Большинство сложных местных сопротивлений можно представить как комбинацию элементарных местных сопротивлений. Для уменьшения потерь при местных сопротивлениях нужно устранить свободное пространство, в котором образуется вихревое движение (см. рис. 2.17а-в). Расход газов измеряется с помощью диафрагмы, – при этом неизбежны большие потери. Значительные потери присутствуют на регулирующей заслонке и дымовом шибере, предназначенных для изменения расхода газа, воздуха и дыма по ходу процесса нагрева. Коэффициенты потерь при этих местных сопротивлениях приведены в справочной литературе [16].



## 2.15. Элементы теории подобия и моделирования

Из-за теоретических затруднений (действительность всегда сложнее любой теории) в механике газов (и особенно в теплопередаче) большое значение приобретает экспериментальный путь исследования как в самой печи, так и на моделях печи. Чтобы исследовать влияние на процесс какой-то одной величины, остальные нужно сохранить неизменными, что не всегда возможно или затруднительно из-за большого количества переменных. Кроме того, нужно быть уверенным, что результаты, полученные с помощью конкретной установки (модели), можно перенести и на другие аналогичные процессы (образец). Эти трудности помогает разрешить теория подобия.

Элементы теории подобия (правила или теоремы теории подобия) легче усваиваются, если уравнения процессов будут представлены в безразмерном виде, при этом размерные физические величины объединяются в безразмерные комплексы. Число таких комплексов, называемых критериями или числами подобия, меньше числа величин, из которых составлены эти комплексы, что упрощает исследование физических процессов. Кроме того, безразмерные переменные отражают влияние не только отдельных факторов, но и их в совокупности. Теория подобия, являясь теоретической базой для эксперимента, служит подспорьем и для теоретических исследований и потому изложение элементов теории подобия полезно и в ознакомительных курсах для металлургов.

### 2.15.1. Уравнения Навье-Стокса в безразмерном виде. Критерии подобия для процессов движения жидкости и газов[5]

Введем в уравнения Навье-Стокса безразмерные координаты

$$X = x / L_0; Y = y / L_0; Z = z / L_0, \quad (2.97)$$

где  $L_0$  – характерный размер тела (например, длина печи, длина пластины, радиус трубопровода), и безразмерные скорости

$$W_x^{6/p} = \frac{W_x}{W_0}; W_y^{6/p} = \frac{W_y}{W_0}; W_z^{6/p} = \frac{W_z}{W_0}, \quad (2.98)$$

где  $W_0$  – характерная скорость в потоке (скорость набегающего потока, скорость в середине потока, скорость истечения газо-воздушной смеси из горелки).

Подставляя эти значения в уравнение для скорости  $W_x$  в лагранжевой форме записи (2.26, 2.29) для случая с  $g_x = 0$  и вынося постоянные  $W_0$  и  $L_0$  за знак дифференциала для установившегося движения ( $\partial W_x / \partial \tau = 0$ ) несжимаемой жидкости, из (2.26, 2.29) получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{W_0^2}{L_0} \cdot \left[ W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial Y} + W_z^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial Z} \right] = \\
& = -\frac{1}{\rho \cdot L_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu \cdot W_0}{L_0^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Z^2} \right) \quad (2.99)
\end{aligned}$$

так как

$$W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} = W_0 \cdot \frac{W_x}{W_0} \cdot \frac{\partial \left( \frac{W_x}{W_0} \cdot W_0 \right)}{\partial \left( \frac{x}{L_0} \cdot L_0 \right)} = \frac{W_0^2}{L_0} \cdot W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial X} \text{ и т. д.} \quad (2.100)$$

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \left( \frac{x}{L_0} \cdot L_0 \right)} \left[ \frac{\partial \left( \frac{W_x}{W_0} \cdot W_0 \right)}{\partial \left( \frac{x}{L_0} \cdot L_0 \right)} \right] = \frac{W_0}{L_0^2} \cdot \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial X^2} \text{ и т. д.} \quad (2.101)$$

Разделяя каждое слагаемое в (2.99) на  $W_0^2 / L_0$ , будем иметь

$$\begin{aligned}
& W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial Y} + W_z^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial Z} = \\
& = -\frac{1}{\rho \cdot W_0^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{L_0 \cdot W_0} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Z^2} \right) = \\
& = -\frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Z^2} \right), \quad (2.102)
\end{aligned}$$

где  $Eu = \frac{P}{\rho \cdot W_0^2}$  – число Эйлера;  $Re = \frac{W_0 \cdot L_0}{\nu}$  – число Рейнольдса.

Аналогичное уравнение записывается и для скорости  $W_y$  при  $g_y = 0$

$$W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_y^{\delta/p}}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_y^{\delta/p}}{\partial Y} + W_z^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_y^{\delta/p}}{\partial Z} =$$

$$= -\frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_y^{6/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_y^{6/p}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_y^{6/p}}{\partial Z^2} \right). \quad (2.103)$$

Считая, что ось  $z$  перпендикулярна поверхности Земли, для скорости  $W_z$  в уравнении добавится слагаемое с  $g_z = g$ :

$$\begin{aligned} W_x^{6/p} \cdot \frac{\partial W_z^{6/p}}{\partial X} + W_y^{6/p} \cdot \frac{\partial W_z^{6/p}}{\partial Y} + W_z^{6/p} \cdot \frac{\partial W_z^{6/p}}{\partial Z} = \\ = \frac{1}{Fr} - \frac{\partial Eu}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 W_z^{6/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_z^{6/p}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W_z^{6/p}}{\partial Z^2} \right), \end{aligned} \quad (2.104)$$

где  $Fr = \frac{W_0^2}{g \cdot L_0}$  – число Фруда.

Исходя из уравнений (2.102) - (2.104) безразмерные переменные можно разделить на два вида: 1) определяющие – это числа, целиком составленные из независимых переменных и постоянных величин, входящих в условие однозначности:  $X, Y, Z, Re, Fr$ ; 2) определяемые – это числа, в которые входят искомые зависимые переменные  $W_x^{6/p}, W_y^{6/p}, W_z^{6/p}, Eu$ .

Безразмерные физические переменные называют числами подобия или критериями подобия. Однако не будет большой погрешностью в изложении, если числа подобия  $Re, Eu$  и  $Fr$  будут также называться и критериями подобия (что и было в прошлом).

Из системы уравнений (2.102) - (2.104) следует:

$$W_x^{6/p} = f_x(X, Y, Z, Re, Fr); \quad (2.105)$$

$$W_y^{6/p} = f_y(X, Y, Z, Re, Fr); \quad (2.106)$$

$$W_z^{6/p} = f_z(X, Y, Z, Re, Fr); \quad (2.107)$$

$$Eu = f_{Eu}(X, Y, Z, Re, Fr). \quad (2.108)$$

Между тем, из размерных уравнений (2.26) - (2.31) и условий однозначности проекции скоростей  $W_x, W_y$  и  $W_z$  являются функциями 8 переменных:  $W = f(x, y, z, \rho, \nu, g, W_0, L_0)$ . Система безразмерных уравнений (2.102) - (2.104) с учетом уравнения неразрывности, выраженного также в безразмерном виде,

$$\frac{\partial W_x^{6/p}}{\partial X} + \frac{\partial W_y^{6/p}}{\partial Y} + \frac{\partial W_z^{6/p}}{\partial Z} = 0, \quad (2.109)$$

а также с безразмерными условиями однозначности (см. с. 35) представляет собой математическую постановку задачи.

Критерии (числа) подобия имеют ясное физическое содержание. Слагаемые в левой части уравнений Навье-Стокса пропорциональны кинетической энергии потока  $W_0^2/L_0$ , т.е. инерционной силе потока  $G_{\text{и}}$  (в расчете на 1 кг газа). Слагаемые в правой части пропорциональны силам тяжести  $G_{\text{т}}$ , давления  $G_{\text{р}}$  и силам трения  $G_{\text{тр}}$ .

Критерий Фруда характеризует отношение сил инерции  $G_{\text{и}}$  к силе тяжести  $G_{\text{т}}$ :

$$Fr = \frac{W_0^2}{L_0 \cdot g} = \frac{W_0^2/L_0}{g} \sim \frac{G_{\text{и}}}{G_{\text{т}}}. \quad (2.110)$$

Критерий Эйлера характеризует отношение сил статического давления  $G_{\text{р}}$  к силам инерции  $G_{\text{и}}$ :

$$Eu = \frac{P}{\rho \cdot W_0^2} = \frac{(P/\rho)/L_0}{W_0^2/L_0} \sim \frac{G_{\text{р}}}{G_{\text{и}}}. \quad (2.111)$$

Критерий Рейнольдса характеризует отношение сил инерции  $G_{\text{и}}$  к силе трения  $G_{\text{тр}}$ :

$$Re = \frac{W_0 \cdot L_0}{\nu} = \frac{W_0^2/L_0}{\nu \cdot (W_0/L_0)/L_0} \sim \frac{G_{\text{и}}}{G_{\text{тр}}}. \quad (2.112)$$

Попутно можно отметить, что для анализа удобнее иметь все критерии подобия, характеризующие отношение соответствующих сил (давления, тяжести и трения) к силе инерции. Однако исторически сложилось так, что в процессе развития науки критерии Фруда и Рейнольдса оказались "перевернутыми".

Наряду с необходимостью геометрического подобия теперь можно сформулировать признаки подобия физических процессов.

1. Подобные процессы должны быть качественно одинаковы, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями. Явления же в природе, которые описываются одинаковыми по форме записи уравнениями, но различны по своему физическому содержанию, называются аналогичными.

2. Безразмерные условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковы.

3. Одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковые числовые значения.

Таким образом, для двух потоков, описываемых одинаковой системой уравнений и распространяющихся в геометрически подобных системах и характеризующихся подобием условий однозначности зависимость безразмерных скоростей  $W_x^{6/p}$ ,  $W_y^{6/p}$ ,  $W_z^{6/p}$  и безразмерного давления  $Eu$  в сходственных точках  $X = x_1 / L_{01} = x_2 / L_{02}$ ;  $Y = y_1 / L_{01} = y_2 / L_{02}$ ;  $Z = z_1 / L_{01} = z_2 / L_{02}$  при  $Re = W_{01} \cdot L_{01} / \nu_1 = W_{02} \cdot L_{02} / \nu_2$  будет одинаковой:

$$W_x^{6/p} = \frac{W_{x1}}{W_{01}} = \frac{W_{x2}}{W_{02}}; W_y^{6/p} = \frac{W_{y1}}{W_{01}} = \frac{W_{y2}}{W_{02}}; W_z^{6/p} = \frac{W_{z1}}{W_{01}} = \frac{W_{z2}}{W_{02}}, \quad (2.113)$$

также как будет одинаков характер распределения скоростей в потоке.

В турбулентных потоках с большими скоростями сила тяжести не имеет существенного значения и ею можно пренебречь в уравнениях Навье-Стокса. В этом случае распределение скоростей в потоке не зависит от критерия Фруда. Говорят: поток автомоделен по отношению к критерию Фруда. Автомодельность потока по отношению к важнейшему критерию в механике жидкости и газов – критерию Рейнольдса – имеет место при расчете потерь на трение. При больших значениях критерия  $Re$  гидравлический коэффициент трения  $\mu$  зависит только от шероховатости канала. Распределение скоростей в свободной струе (см. главу 5) также не зависит от критерия Рейнольдса.

### **2.15.2. Моделирование движения газов в печах [1]**

При моделировании движения газов в металлургических печах могут ставиться две задачи:

1. Исследование качественной картины течения, т.е. направления движения потоков, их распределения по каналам, формы и размеров циркуляционных зон и т.д.

2. Исследование количественных характеристик потоков, т.е. распределение скоростей и давлений в различных частях рабочего пространства печи.

В первом случае часто прибегают к так называемому гидравлическому моделированию. Во втором случае в качестве рабочей среды обычно служит воздух.

Совершенно очевидно, что при моделировании должны выполняться все три правила для подобных процессов. Первое из этих условий как при гидравлическом, так и при аэродинамическом моделировании нарушается.

Дело в том, что уравнения, описывающие движение в печи горячих газов с переменной плотностью и уравнения движения несжимаемой жидкости (холодной воды или воздуха) в модели различны. Однако этим обстоятельством при моделировании пренебрегают, считая, что плотность газов в печи постоянна и равна ее усредненному значению.

Выполнение геометрического подобия не представляет затруднений. Особое внимание должно уделяться выполнению входа и выхода потока из модели, которые должны быть подобны входу и выходу потока в печи, что обеспечит подобие распределения скоростей в этих сечениях. Граничные условия на стенках печи и модели одинаковы из-за условий прилипания. Выполнение условия для равенства критерия Рейнольдса для модели и печи ( $Re_{\text{мод}} = Re_{\text{печ}}$ ) обычно не вызывает затруднений, однако при этом не выполняется условие равенства для критерия Фруда ( $Fr_{\text{мод}} > Fr_{\text{печ}}$ ). Если модель, например, в 10 раз меньше размеров печи, то при  $v_{\text{мод}} = v_{\text{печ}}$  скорость потока при входе в модель ( $W_{\text{мод}}$ ) в 10 раз больше соответствующей скорости для печи, но тогда критерий Фруда в модели будет в  $10^3$  раз больше критерия Фруда для печи. В современных высокофорсированных печных агрегатах влиянием силы тяжести на течение газов можно пренебречь.

Модель не должна быть и небольшой, так как значительное увеличение скорости потребует использования специальных дутьевых средств, а также затрудняет измерения и визуальные наблюдения. В современных печах весьма часто реализуется автомодельный по отношению к критерию Рейнольдса режим движения газов. Поэтому и равенство критериев Рейнольдса не является обязательным. Подобие процессов в печи и в модели можно получить при  $Re_{\text{мод}} < Re_{\text{печ}}$ ; при этом расход среды в модели ниже теоретической нормы.

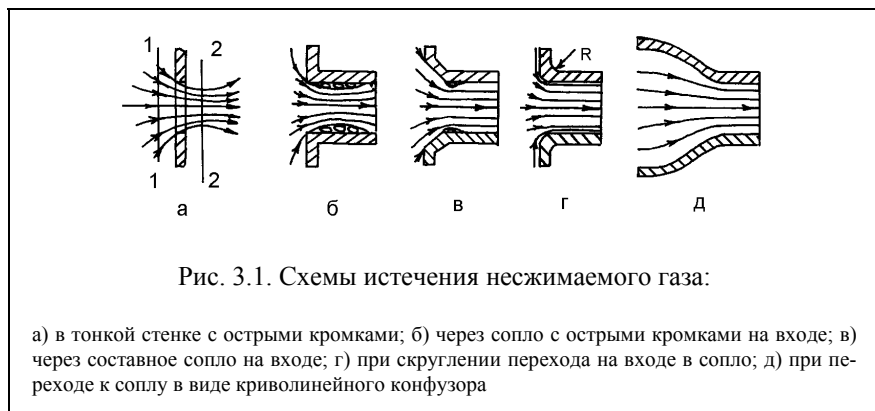
## Глава 3. Истечение газов

### 3.1. Истечение несжимаемого газа

Процессы истечения газов можно наблюдать при работе горелок и форсунок, при выбивании газов через отверстия в стенках печей.

Истечение газов отличается от истечения несжимаемой жидкости. У газов с высоким начальным давлением  $P_n$  существенно изменяются давление и температура и нельзя пренебрегать изменением плотности газов в процессе истечения. Однако, когда истечение происходит при очень малой разности давлений ( $P_n - P_{атм} < 0,1 \cdot P_{атм}$ ), то изменением плотности можно пренебречь и газ можно считать условно несжимаемым.

Схемы примеров истечения газа показаны на рис. 3.1. При истечении газа через отверстие в тонкой стенке с острыми кромками (вар. а) сужение газового потока происходит за пределами стенки. После достижения  $F_{min}$  газовая струя постепенно расширяется. Поскольку вихревая зона образуется за пределами стенки канала, то потери при истечении практически отсутствуют и скорость истечения принимает максимально возможное значение, т.е. избыточное статическое давление газа в трубопроводе переходит в кинетическую энергию истекающего газа. Транспортная скорость газа в газопроводе, как правило, намного меньше скорости истечения, тогда динамическим давлением газа перед истечением можно пренебречь.



Записав уравнение Бернулли для двух сечений 1-1 и 2-2

$$P_{ст1} + \frac{W_1^2 \cdot \rho_1}{2} + z_1 \cdot g \cdot \rho_1 = P_{ст2} + \frac{W_2^2 \cdot \rho_2}{2} + z_2 \cdot g \cdot \rho_2 + \Delta P_{пот12}, \quad (3.1)$$



и принимая  $P_{\text{дин1}} = 0$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ,  $z_1 = z_2$ ,  $\Delta P_{\text{пот12}} = 0$ , получим

$$W_2 = W_{\text{ист}}^{\text{макс}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (P_{\text{ст1}} - P_{\text{ст2}})}{\rho}}. \quad (3.2)$$

Тонкие измерения показывают, что давление по сечению и длине струи несколько меньше давления среды, но в инженерных расчетах этим отклонением пренебрегают.

При истечении с дозвуковой скоростью давление в самом узком месте струи  $P_{\text{ст2}}$  равно давлению среды  $P_{\text{ср}}$ , куда происходит истечение (давление в печи для большинства печей практически равно давлению атмосферного воздуха).

Если стенка сосуда достаточно толстая или если истечение происходит через цилиндрическое сопло достаточной длины, при котором струя полностью раскрывается до стенки канала (но при входе потока в сопло по-прежнему имеет место острая кромка вар "б"), то из-за потерь при переходе потока из широкого канала в узкий (образование возвратного движения), скорость истечения уменьшается  $W_2 < W_{\text{ист}}^{\text{макс}}$ . Обозначая потери при истечении

через  $\Delta P_{\text{пот12}} = K_{\text{суж}} \cdot \frac{W_2^2 \cdot \rho_2}{2}$ , из (3.1) получим

$$W_2 = W_{\text{ист}} = \varphi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_{\text{ст1}} - P_{\text{ст2}})}{\rho}}, \quad (3.3)$$

где  $\varphi$  – коэффициент скорости

$$\varphi = 1 / (1 + K_{\text{суж}}). \quad (3.4)$$

Потери в сопле могут быть значительно уменьшены, если вход в сопло выполнить под углом (вариант "в"). При округлении перехода из широкого канала в сопло (вариант "г") потери при истечении практически равны нулю и скорость истечения максимальна.

Объемный расход истекающего газа равен

$$V_{\text{ист}} = W_{\text{ист}} \cdot F_{\text{стр}},$$

при этом  $F_{\text{стр}}$  может значительно отличаться от площади отверстия истечения и даже сопла. Обозначая отношение  $F_{\text{стр}} / F_{\text{отв}}$  через коэффициент сжатия  $\varepsilon$ , получим

$$V_{\text{ист}} = \varphi \cdot \varepsilon \cdot F_{\text{отв}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_{\text{ст1}} - P_{\text{ст2}})}{\rho}}. \quad (3.5)$$

Произведение  $\varphi \cdot \epsilon$  называют коэффициентом расхода и обозначают  $\mu$ .

Приведенные выше коэффициенты применительно к отверстиям с острыми кромками в стенках печей приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1  
Коэффициенты скорости, сжатия и расхода

Стенка	$\varphi$	$\epsilon$	$\mu$
тонкая	0,98	0,63	0,62
толстая	0,82	1	0,82

Если истечение происходит через отверстие в стенке или в своде печи, на подине которой давление равно атмосферному, то разность статических давлений в формулах (3.3) и (3.5) обусловлена разностью плотностей печных газов и воздуха. Для газа (дыма) внутри печи имеем

$$P_{гв} = P_{атм} - \rho_{г} \cdot g \cdot H, \quad (3.6)$$

где  $H$  – высота отверстия от нулевого уровня, где давление газов равно атмосферному давлению.

Давление воздуха снаружи печи

$$P_{вн} = P_{атм} - \rho_{в} \cdot g \cdot H. \quad (3.7)$$

Тогда

$$P_1 - P_2 = P_{гв} - P_{вн} = g \cdot H \cdot (\rho_{в} - \rho_{г}) \quad (3.8)$$

и

$$W_{ист} = \varphi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H \cdot (\rho_{в} - \rho_{г})}{\rho_{г}}}, \quad (3.9)$$

$$v_{ист} = \mu \cdot F_{отв} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H \cdot (\rho_{в} - \rho_{г})}{\rho_{г}}}. \quad (3.10)$$

### 3.2. Истечение сжимаемого газа

При больших скоростях истечения реализация избытка энергии в скоростной напор, как правило, происходит на коротком участке пути за очень малое время. В этих условиях теплообмен между газом и окружающей средой через стенку канала незначительно сказывается на температуре газа, и процесс истечения весьма близок к адиабатическому, т.е.  $dq_{теп} = 0$ .

Если аэродинамические потери, включая потери на трение, также принимаются равными нулю ( $H_{тр} = q_{тр} = 0$ ), то процесс истечения проходит при постоянной энтропии [ $\Delta s = (\Delta q_{теп} + \Delta q_{тр}) / T = 0$ ] и называется изоэнтропическим.

В адиабатном процессе истечения давление и плотность связаны уравнением Пуассона

$$P / \rho^K = \text{const}, \quad (3.11)$$

где  $K = c_p / c_v$  – показатель адиабаты;  $c_p, c_v$  [Дж/(м<sup>3</sup>·К)] – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и при постоянном объеме.

Следовательно, в процессе истечения плотность можно выразить через начальные параметры газа

$$\rho = \rho_n \cdot \left( \frac{P}{P_n} \right)^{1/K}, \quad (3.12)$$

где  $P_n, \rho_n$  – давление и плотность газа перед истечением.

Для описания адиабатического процесса истечения используется уравнение Бернулли в виде (1.22), которое справедливо для любых процессов. Поскольку  $\Delta q_{теп} + \Delta q_{тр} = 0$ , то работа расширения  $L_{рас} = P \cdot dV$  согласно первому началу термодинамики производится за счет падения теплосодержания газа. Следовательно, в процессе истечения температура газа уменьшается.

После подстановки (3.12) в (1.22) и интегрирования получим формулу Сен-Венана:

$$W = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{K-1} \cdot \frac{P_n}{\rho_n} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{P}{P_n} \right)^{K-1/K} \right]}, \quad (3.13)$$

где  $P = P_{стр}$  – давление в струе истекающего газа.

Массовый расход газа будет

$$m = F \cdot \rho \cdot W = F \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot K}{K-1} \cdot P_n \cdot \rho_n \cdot \left[ \left( \frac{P}{P_n} \right)^{2/K} - \left( \frac{P}{P_n} \right)^{K+1/K} \right]}. \quad (3.14)$$

Рассмотрим истечение при постоянном начальном давлении  $P_n = \text{const}$  и при изменяющемся давлении среды  $P = P_{сред}$ . Именно при таком подходе легче всего познаются закономерности истечения сжимаемого газа.

Согласно (3.13), при уменьшении давления среды скорость истечения увеличивается. Максимальная скорость имеет место при истечении в вакуум ( $P = 0$ )

$$W_{\max} = \sqrt{\frac{2K}{K-1} \cdot \frac{P_n}{\rho_n}} = \sqrt{\frac{2K}{K-1} \cdot R \cdot T_n} \quad (3.15)$$



С уменьшением давления среды  $P$ , массовый расход согласно (3.14) сначала возрастает, что логично, а затем начинает уменьшаться (рис. 3.2), что противоречит здравому смыслу и практическому опыту. Падение массового расхода газа формально обязано падению плотности истекающего газа, если считать, что давление в струе  $P_{\text{стр}}$  равно давлению среды  $P_{\text{ср}} = P$ . Когда  $P \rightarrow 0$ , то при  $\rho_{\text{стр}} = \rho_{\text{ср}} = \rho \rightarrow 0$ , имеем  $m \rightarrow 0$ .

Оказывается: начиная с некоторого давления среды, давление в истекающей струе не изменяется, т.е. остается постоянным, даже когда имеет место истечение в абсолютный вакуум с  $P = 0$ . Это давление в струе называют критическим

$$P_{\text{кр}} = P_{\text{стр}} = P_n \left( \frac{2}{K+1} \right)^{K/(K-1)} \quad (3.16)$$

Таким образом, при  $P_{\text{ср}} < P_{\text{кр}}$  истечение происходит как бы в среду с  $P_{\text{стр}} = P_{\text{кр}}$  и потому скорость истечения  $W$ , массовый расход  $m$ , плотность  $\rho$  и температура  $T$  истекающего газа не изменяются и равны критическим значениям

$$W_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2K}{K+1} \cdot \frac{P_n}{\rho_n}} = \sqrt{\frac{2K}{K+1} \cdot R \cdot T_n} \quad (3.17)$$

$$m_{кр} = m_{мак} = F \cdot P_n \cdot \left( \frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K+1}{2(K-1)}} \cdot \left( \frac{K}{RT_n} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.18)$$

$$T_{кр} = T_n \cdot \frac{2}{K+1}, \quad (3.19)$$

$$\rho_{кр} = \rho_n \cdot \left( \frac{2}{K+1} \right)^{\frac{1}{K-1}}. \quad (3.20)$$

Подставляя (3.19) в (3.17), получим

$$W_{кр} = \sqrt{K \cdot \frac{P_{кр}}{\rho_{кр}}} = \sqrt{K \cdot R \cdot T_{кр}}. \quad (3.21)$$

Как известно из курса физики, выражение (3.21) представляет скорость звука при критической температуре.

Теперь перейдем к анализу реального процесса истечения, когда давление среды, куда происходит истечение газа, остается неизменным и равным  $P_{ср} = P_{атм} = 101325$  Па, а начальное давление газа перед процессом истечения может изменяться в широких пределах.

Для газов показатель адиабаты изменяется в пределах 1,3 - 1,4, тогда скорость истечения, равная скорости звука, согласно (3.21) и (3.16) будет достигнута при  $P_n = (1,8 - 1,9) \cdot P_{атм} \approx 200000$  Па (2 атм). При этом давление в струе равно давлению окружающей среды  $P_{атм} = 101325$  Па.

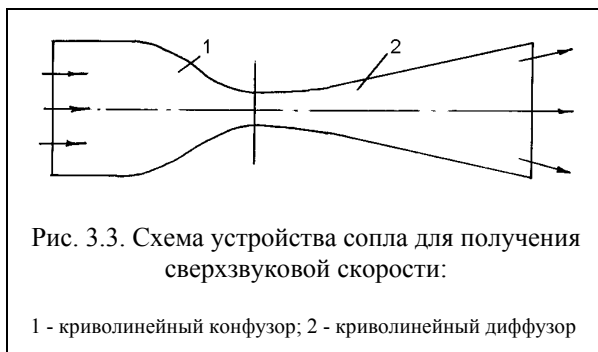
Температура газа в процессе истечения уменьшается от  $T_n$  до  $T_{кр}$ . Согласно (3.20), плотность газа также уменьшается в процессе истечения.

С увеличением давления  $P_n > P_{кр} \approx 200000$  Па, давление в струе начинает возрастать.

При постоянной температуре газа перед процессом истечения (что часто встречается в практике) скорость истечения  $W_{кр}$  остается неизменной, поскольку остается неизменной и критическая температура газа  $T_{кр}$  (см. формулы 3.17 и 3.20). Из-за повышения критического давления в струе  $P_{кр} \approx 0,5 \cdot P_n$  при  $T_{кр} = \text{const}$  возрастает плотность истекающего газа  $\rho_{кр}$  и, соответственно, массовый расход газа.

### 3.3. Сверхзвуковое сопло (сопло Лаваля)

Для создания скорости звука при истечении желательно использовать криволинейный конфузор (рис. 3.3). Устанавливая после конфузора сопло Лаваля (по внешнему виду – диффузор), можно получить сверхзвуковую



скорость истечения. Увеличение скорости обязано снижению энергии компрессии и температуры газа в конце сопла Лавая. При известном давлении на выходе из сопла Лавая скорость истечения определяется по формуле (3.13). Массовый расход газа

т определяется по формуле (3.14), после чего рассчитывается площадь критического сечения.

## Глава 4. Устройства для приведения газов в движение

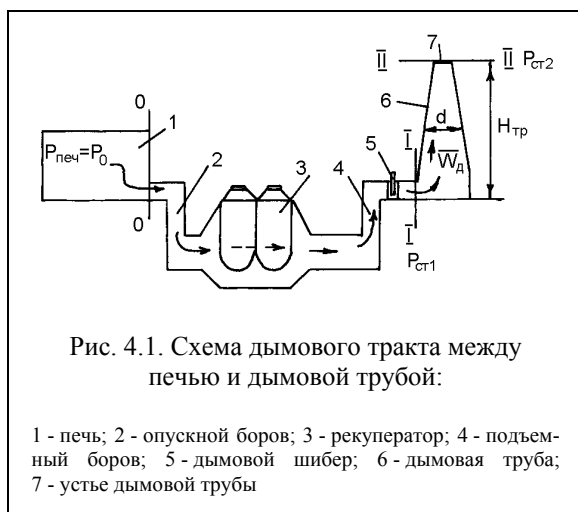
### 4.1. Тяга дымовой трубы

Если система "печь - труба" заполнена холодным воздухом (рис. 4.1), то движение воздуха в трубе отсутствует, поскольку потенциальная энергия в печи равна потенциальной энергии на высоте  $H_{тр}$

$$P_{печ} = P_{ст2} + H_{тр} \cdot \rho_v \cdot g, \quad (4.1)$$

(геометрическое давление воздуха в печи принимается  $P_{геом} = 0$ ). Если система заполнена горячим дымом с  $t_d > t_v$ , то плотность дыма –  $\rho_d = \rho_{0d}/(1+\alpha \cdot t_d)$  будет меньше плотности воздуха –  $\rho_v = \rho_{0v}/(1+\alpha \cdot t_v)$ , т.к.  $\rho_{0d} \approx \rho_{0v}$ . Поэтому давление в печи будет больше давления столба дыма на высоте  $H_{тр}$

$$P_{печ} > P_{ст2} + H_{тр} \cdot \rho_d \cdot g. \quad (4.2)$$



Следовательно, необходимая разность потенциалов для организации движения дыма создается за счет геометрического давления дыма, поскольку  $P_{геом2в} > P_{геом2д}$ .

Как в печи, так и в устье дымовой трубы избыточное давление  $\Delta P_{ст} = P_{ст} - P_{атм}$  равно нулю. Между тем, у основания дымовой трубы при закрытом шибере разрежение имеет максимальное значение, т.е.

$P_{ст1} < P_{атм}$ . Таким образом, статическое давление дыма внутри трубы меньше статического давления воздуха снаружи трубы.

Считая, что при высоте трубы  $H_{тр} = 100-200$  м плотности воздуха и дыма практически не изменяются, имеем:

$$P_{д0} = P_2 + H_{тр} \cdot g \cdot \rho_d; \quad (4.3)$$

$$P_{в0} = P_2 + H_{тр} \cdot g \cdot \rho_в; \quad (4.4)$$

$$\Delta P_0 = P_{в0} - P_{д0} = H_{тр} \cdot g \cdot (\rho_в - \rho_д). \quad (4.5)$$

Выражение (4.5) представляет теоретическую тягу дымовой трубы, заполненной горячим дымом с  $t_d > t_v$ .

При равновесии газа (жидкости) на объем  $V$  действует выталкивающая сила, равная весу этого объема  $G_{арх} = G_{тяж} = V \cdot \rho_ж \cdot g$  (закон Архимеда), где  $\rho_ж$  – плотность объема жидкости. Когда погруженный объем  $V$  имеет меньшую плотность  $\rho < \rho_ж$ , то выталкивающая сила становится больше силы тяжести и равнодействующая сила  $G_{рав} = G_{арх} - G_{тяж}$ , действующая на объем  $V$ , направлена вверх и объем  $V$  будет всплывать.

Аналогичная картина будет и для системы "печь - дымовая труба", когда легкий дым, окруженный с боков огнеупорной кладкой дымоходов и дымовой трубы, погружен в тяжелую воздушную среду. Таким образом, не дымовая труба тянет дым с удельной силой  $\Delta P = H (\rho_в - \rho_д) \cdot g$ , а тяжелая воздушная среда выталкивает дым из трубы благодаря выталкивающей архимедовой силе. Разность между архимедовой силой  $G_{арх} = V \cdot \rho_ж \cdot g$  и силой тяжести легкого дыма  $G_{дым} = V \cdot \rho_{дым} \cdot g$ , погруженного в тяжелую среду с  $\rho_ж > \rho_{дым}$ , называют подъемной силой.

#### **4.1.1. Расчет высоты дымовой трубы**

Запишем уравнение Бернулли для печи и устья дымовой трубы в предположении изотермического движения дыма

$$P_{ст0} + P_{дин0} + P_{геом0} = P_{ст2} + P_{дин2} + P_{геом2} + \Delta P_{пот02}, \quad (4.6)$$

где  $\Delta P_{пот02}$  – потери при движении дыма от печи до устья дымовой трубы.

Потери  $\Delta P_{пот02}$  представим в виде

$$\Delta P_{пот02} = \Delta P_{пот01} + \Delta P_{пот12} = \Delta P_{пот01} + \mu_{тр} \cdot \frac{H_{тр}}{d_{ср}} \cdot \frac{W_{ср}^2 \cdot \rho_д}{2}, \quad (4.7)$$

где  $\Delta P_{пот01}$  – потери при движении дыма от печи до основания дымовой трубы;  $\Delta P_{пот12}$  – потери на трение при движении дыма в трубе;  $d_{ср}$  – средний диаметр конусной трубы;  $H_{тр}$  – высота дымовой трубы;  $W_{ср}$  – средняя скорость дыма в трубе;  $\rho_д$  – плотность дыма в трубе;  $\mu_{тр}$  – коэффициент трения.

Статическое и динамическое давления на выхлопе трубы будут:

$$P_{ст2} = P_{ст0} - H_{тр} \cdot \rho_в \cdot g; \quad P_{дин2} = \frac{W_2^2 \cdot \rho_д}{2}.$$



Принимая для печи  $P_{ст0} = P_{печ}$ ,  $P_{дин0} = 0$ ,  $P_{геом0} = 0$  и учитывая, что  $P_{ст2} = P_{печ} - H_{тр} \cdot \rho_v \cdot g$ ,  $P_{геом2} = H_{тр} \cdot \rho_d \cdot g$ , из (4.6) и (4.7) следует

$$H_{тр} \cdot g \cdot (\rho_v - \rho_d) = \Delta P_{пот01} + \mu_{тр} \cdot \frac{H_{тр}}{d_{ср}} \cdot \frac{W_{ср}^2 \cdot \rho_d}{2} + \frac{W_2^2 \cdot \rho_d}{2}. \quad (4.8)$$

Следовательно, теоретическая тяга дымовой трубы расходуется на покрытие всех потерь при движении дыма от печи до выхлопа в воздушную атмосферу и на создание кинетической энергии дыма при выходе из трубы.

Расчетная высота дымовой трубы выражается из формулы (4.8):

$$H_{тр} = \frac{\Delta P_{пот01} + \frac{W_2^2 \cdot \rho_d}{2}}{g \cdot (\rho_v - \rho_d) - \frac{\mu_{тр}}{d_{ср}} \cdot \frac{W_{ср}^2 \cdot \rho_d}{2}}. \quad (4.9)$$

#### 4.1.2. Потери при опускании и при подъеме дыма в каналах

На рис. 4.2 представлены 3 варианта расположения трубы относительно уровня печи. Сначала, для простоты, рассмотрим изотермическое движение дыма. Пусть дым после печи опускается на высоту  $\Delta H_2$  относительно варианта 1, а потери на трение и местные сопротивления  $\Delta P_{пот01}$  останутся неизменными. Очевидно, в этом варианте высота дымовой трубы будет  $H_2 = H_1 + \Delta H_2$ . Но увеличение высоты дымовой трубы согласно (4.9) обяза-

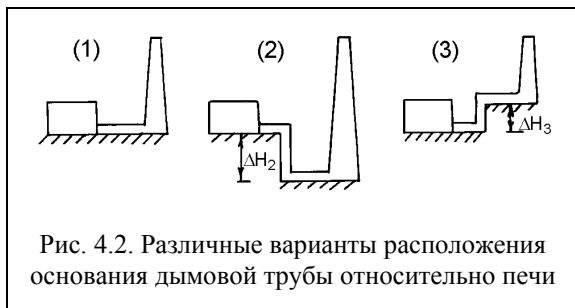


Рис. 4.2. Различные варианты расположения основания дымовой трубы относительно печи

но возрастанию аэродинамических потерь при движении дыма от печи к основанию дымовой трубы. Но, поскольку потери на трение и местные сопротивления одни и те же, то возрастание общих потерь во втором варианте связано с опусканием дыма.

Потери при опускании дыма определяются из формулы для теоретической тяги в виде

$$\Delta P_{опус} = \Delta H_2 \cdot (\rho_v - \rho_d) \cdot g. \quad (4.10)$$

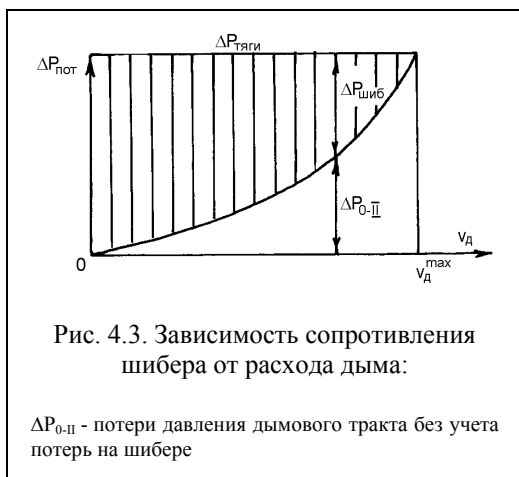
В варианте 3 имеет место подъем дыма на высоту  $\Delta H_3$  и, соответственно, уменьшение реальной высоты дымовой трубы. Но уменьшение вы-

соты дымовой трубы обязано уменьшению аэродинамических потерь при движении дыма от печи к основанию дымовой трубы. Следовательно, при подъеме дыма на высоту  $\Delta H_3$  канал работает как дымовая труба, т.е. имеют место как бы отрицательные аэродинамические потери, определяемые из (4.9)

$$\Delta P_{\text{под}} = - \Delta H_3 \cdot (\rho_v - \rho_d). \quad (4.11)$$

Картина усложняется для реальной печи, когда температура дыма существенно изменяется в дымовом тракте и по высоте трубы. В уравнении (4.8) плотность дыма для расчета теоретической тяги и потерь на трение в самой трубе должна определяться через среднюю температуру дыма в трубе  $t_{\text{дср}}$ . Действительная скорость дыма на выходе из трубы  $W_{\text{д2}}$  определяется через минимальную температуру дыма. Потери на трение, местные сопротивления, при опускании и подъеме дыма рассчитываются при истинных температурах дыма на участках дымового тракта до основания дымовой трубы, существенно отличающихся от средней температуры дыма в трубе.

При максимальном расходе дыма, соответствующем максимальному расходу топлива на печь, потери при движении дыма от печи до основания дымовой трубы максимальны. На этот случай и рассчитывается необходимая высота трубы. При уменьшении расхода дыма, что связано с уменьшением расхода топлива (такая картина имеет место практически для всех печей), труба стремится по-прежнему протянуть максимальное количество дыма за счет подсоса холодного воздуха в печь. Подсос холодного воздуха "студит" печь и увеличивает угар металла. Опуская шибер, можно значительно увеличить аэродинамические потери, не изменяя давление в печи (в



печи должно быть небольшое избыточное положительное давление 10-20 Н/м<sup>2</sup> (1-2 мм вод. ст.). Аэродинамические потери в первом приближении можно считать пропорциональными квадрату расхода дыма  $v_{\text{д}}$ . Заштрихованная область на рис. 4.3 и представляет потери, создаваемые дымовым шибером.

Одна дымовая труба может обслуживать несколько печей. Высота дымовой трубы рассчитывается на

максимальные потери от какой-то одной печи. Скорость дыма в трубе принимается по практическим данным, и потому диаметр трубы зависит от количества печей, обслуживаемых этой трубой.

## 4.2. Центробежные вентиляторы

### 4.2.1. Устройство и принцип работы

Воздух к горелкам обычно подается центробежными вентиляторами. Различают вентиляторы низкого (до 100 мм вод. ст.), среднего (до 300 мм вод. ст.) и высокого (до 1000 мм вод. ст.) давлений.

Основной деталью центробежного вентилятора, непосредственно воспринимающей мощность двигателя и передающей ее воздуху, является рабочее колесо вентилятора. Рабочее колесо состоит из двух дисков, один из которых при помощи втулки насажен на вал мотора. Во втором диске имеется всасывающее отверстие, через которое воздух поступает в каналы между рабочими лопатками (рис. 4.4).

При вращении колеса приходит во вращение и воздух, находящийся между лопатками. Так как силы сцепления между частицами воздуха недостаточны для удержания их на круговых траекториях, то крайние частицы воздуха по инерции отлетают по касательным в улиткообразный диффузор. Эта картина хорошо знакома человеку с детства – она имеет место на вращающейся карусели, когда центробежная сила увлекает стоящего человека наружу.

В вентиляторе на освободившееся место поступают соседние молекулы воздуха, находящиеся ближе к центру вращения. Так создается поток воздуха в вентиляторе. Воздух между лопатками движется спиралеобразно, аналогично движению иголки, положенной на пластинку и сползающей наружу при вращении пластинки.

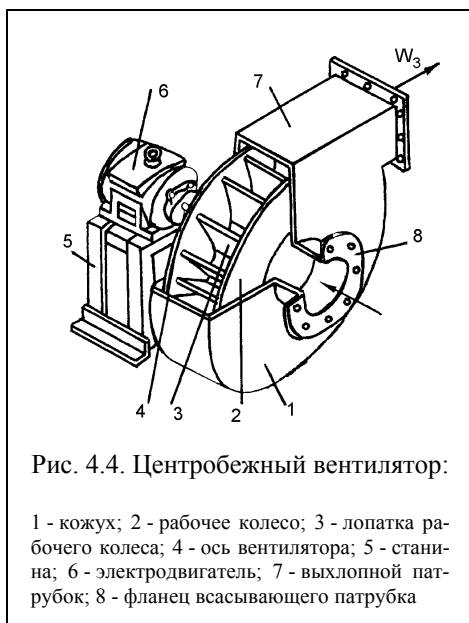


Рис. 4.4. Центробежный вентилятор:

1 - кожух; 2 - рабочее колесо; 3 - лопатка рабочего колеса; 4 - ось вентилятора; 5 - станина; 6 - электродвигатель; 7 - выпускной патрубок; 8 - фланец всасывающего патрубка

Следовательно, у входа воздуха в колесо создается разрежение, под воздействием которого атмосферный воздух поступает в вентилятор. При сходе воздуха с колеса будет положительное статическое давление.

Частица воздуха движется вдоль лопатки с относительной скоростью  $C$ , а благодаря вращению с рабочим колесом имеет и окружную скорость  $U$ . Абсолютная скорость движения частицы  $W$  представляет геометрическую сумму скоростей  $C$  и  $U$  (рис. 4.5).

Теоретическое (без учета потерь) полное давление  $P_{ст} + P_{дин}$  при сходе воздуха с колеса определится по формуле Эйлера.

Движение в воздухопроводе со скоростью  $W_{тр} = W_2$  лишено смысла, поскольку потери при такой скорости значительно превысили бы статическое давление, создаваемое вентилятором.

По этой причине оптимальная (транспортная) скорость движения воз-



Рис. 4.5. Параллелограммы скоростей газов по длине вогнутой рабочей лопатки

духа  $W_{тр}$  намного меньше скорости  $W_2$  при сходе воздуха с колеса. Движение с очень малой скоростью потребует больших расходов металла и огнеупорного кирпича на сооружение громоздких воздухопроводов, и потому малая скорость также не рациональна. Поскольку динамическое давление на выхлопе вентилятора может быть потеряно, то истинную ценность для практики представляет статическое давление на выхлопе вентилятора, которое израсходуется на покрытие потерь при движении воздуха от вентилятора до печи

(потери на трение, потери в рекуператоре, на измерительной диафрагме, на регулирующей заслонке) и на создание скорости истечения воздуха из горелки.

Поэтому для перевода большой кинетической энергии потока при сходе с колеса ( $P_{дин2} = \rho \cdot \frac{W_2^2}{2}$ ) в энергию компрессии на выхлопе вентилятора корпус выполняется в виде диффузора, а улиткообразная форма обязана возрастающему расходу воздуха по ходу вращения колеса.

Заводской вентилятор имеет определенное выходное сечение, при этом скорость воздуха  $W_3 = v_{раб}/F_3$  обычно превышает транспортную скорость  $W_{тр}$ . Поэтому рациональна установка дополнительного диффузора между заводским выхлопом и воздухопроводом. При переходе со скорости  $W_3$  на скорость  $W_{тр}$  имеют место гидравлические потери, определяемые величиной коэффициента полезного действия (кпд) диффузора.

#### **4.2.2. Потребляемая мощность и коэффициенты полезного действия (кпд)**

В соответствии с трактовкой понятия давления (см. раздел 1.1) полезная мощность вентилятора будет

$$N_{\text{пол}} = \Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} \cdot v \text{ [Вт]}, \quad (4.12)$$

где

$$\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} = \Delta P_{\text{ст}}^{\text{вых}} + P_{\text{дин}}^{\text{вых}} \text{ [Па]} - \quad (4.13)$$

– избыточное полное давление на выходе вентилятора,  $v \text{ [м}^3/\text{с}]$  – производительность вентилятора.

Внутренняя мощность  $N_{\text{вн}}$ , которая должна быть приложена к колесу вентилятора, больше полезной мощности, что обусловлено гидравлическими потерями и переточками воздуха через зазоры в самом вентиляторе

$$N_{\text{вн}} = \frac{N_{\text{пол}}}{\eta_{\text{вн}}} = \frac{\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} \cdot v}{\eta_{\text{вн}}}, \quad (4.14)$$

где  $\eta_{\text{вн}}$  – внутренний коэффициент полезного действия вентилятора.

Рабочая (эффективная) мощность, затрачиваемая на валу вентилятора  $N_{\text{раб}}$ , больше внутренней мощности на величину механических потерь в подшипниках вентилятора

$$N_{\text{раб}} = \frac{N_{\text{вн}}}{\eta_{\text{мех}}} = \frac{N_{\text{пол}}}{\eta_{\text{вн}} \cdot \eta_{\text{мех}}} = \frac{\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} \cdot v}{\eta_{\text{пол}}}, \quad (4.15)$$

где  $\eta_{\text{пол}} = \eta_{\text{вн}} \cdot \eta_{\text{мех}}$  – учитывает все виды потерь в вентиляторе.

Мощность  $N_{\text{эл}}$ , потребляемая электродвигателем из сети, определится с учетом электрического кпд –  $\eta_{\text{эл}}$

$$N_{\text{эл}} = \frac{N_{\text{раб}}}{\eta_{\text{эл}}}. \quad (4.16)$$

#### **4.2.3. Характеристики центробежных вентиляторов**

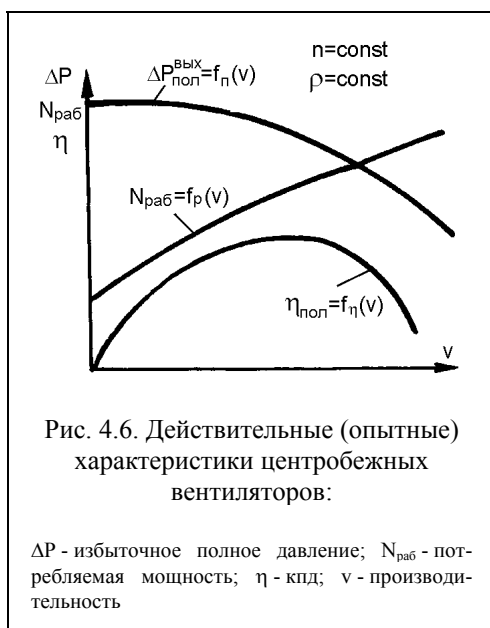
Основная особенность работы центробежных вентиляторов заключается в том, что при постоянном числе оборотов ( $n$ ) и плотности газа ( $\rho$ ) с изменением производительности изменяется полное давление на выходе вентилятора, полный коэффициент полезного действия  $\eta_{\text{пол}}$  и, соответственно, рабочая мощность  $N_{\text{раб}}$ . Кривые зависимости  $\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} = f_p(v)$ ,  $\eta_{\text{пол}} =$

$= f_{\eta}(v)$ ,  $N_{\text{раб}} = f_p(v)$ , при  $n = \text{const}$  и  $\rho = \text{const}$  представляют характеристику вентилятора (рис. 4.6). Эти кривые определяются экспериментальным путем на заводе-изготовителе, и потому известна зависимость  $\Delta P_{\text{ст}}^{\text{вых}} = f(v)$ ,  $P_{\text{дин}}^{\text{вых}} = f(v)$ ,  $\eta_{\text{ст}} = \Delta P_{\text{ст}}^{\text{вых}} \cdot v / N_{\text{вн}}$ .

Для идеального газа, в вентиляторе с лопатками, загнутыми вперед, полное давление возрастает с увеличением расхода  $v$ . Но у реального газа значительно возрастают потери при входе на рабочее колесо и выходе с него. Для радиальных лопаток, что чаще всего встречается в практике, теоретическое полное давление не зависит от расхода  $v$ . Для лопаток, загнутых

назад, с увеличением расхода  $v$  полное давление уменьшается.

Для большинства центробежных вентиляторов суммарные гидравлические потери внутри вентилятора с увеличением производительности сначала несколько убывают, а затем начинают возрастать. Вследствие этого действительная характеристика  $\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} = f(v)$  представляет собой кривую с максимумом, имеющую обычно сначала небольшой восходящий участок, а затем нисходящий. На режимах, соответствующих восходящему участку, т.е. с малыми производительностями, центробежный вентилятор работает неустойчиво и экс-



плуатироваться не должен.

При нулевой производительности  $v = 0$  (вентилятор отключен от сети) потери значительны из-за перетока воздуха в зазоре, но рабочая мощность минимальна. Следовательно, пуск вентилятора должен производиться при закрытой задвижке. С увеличением производительности рабочая мощность вентилятора растет и достигает максимального значения, когда работающий вентилятор отключен от сети, т.е. когда  $\Delta P_{\text{пол}}^{\text{вых}} = P_{\text{дин}}^{\text{вых}}$  и  $\Delta P_{\text{ст}}^{\text{вых}} = 0$ .

Полный коэффициент полезного действия сначала увеличивается, а затем уменьшается, что легко понять из кривой для  $\eta_{\text{ст}}$ , которая имеет два

нулевых значения при  $v = 0$  и  $v = v_{\max}$ . Максимум  $\eta_{\text{пол}}$  соответствует оптимальным условиям работы вентилятора.

Для выбора вентилятора нужно характеристику сети совместить с характеристикой вентилятора (см. рис. 4.7).

С увеличением  $n$ , если пренебречь изменением  $\eta_{\text{пол}}$ , имеет место

$$\frac{\Delta P_{\text{пол2}}^{\text{вых}}}{\Delta P_{\text{пол1}}^{\text{вых}}} = \frac{n_2^2}{n_1^2}, \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{N_{\text{раб2}}}{N_{\text{раб1}}} = \frac{n_2^3}{n_1^3}.$$

Давление, создаваемое вентилятором, прямо пропорционально начальному давлению газа (что учитывается при последовательной работе вентиляторов) и обратно пропорционально абсолютной температуре всасываемого газа (что учитывается, когда вентилятор работает в качестве дымососа).

При уменьшении производительности лучше всего уменьшить число оборотов двигателя. Только затруднения, связанные с изменением числа оборотов электродвигателей, не позволяют этому экономичному способу регулирования получить широкое распространение. Регулирование производительности чаще всего осуществляется дроссельной заслонкой, которая увеличивает сопротивление сети, при этом часть давления, создаваемого вентилятором, бесполезно теряется на преодоление сопротивления заслонки, что приводит к перерасходу энергии.

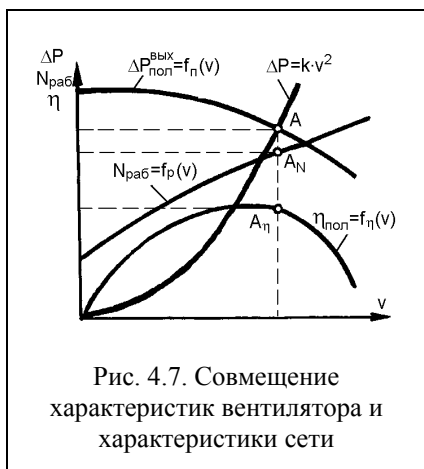
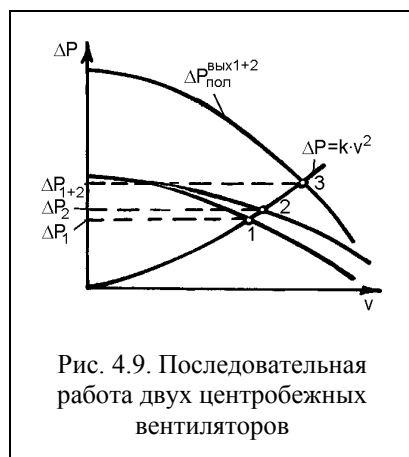
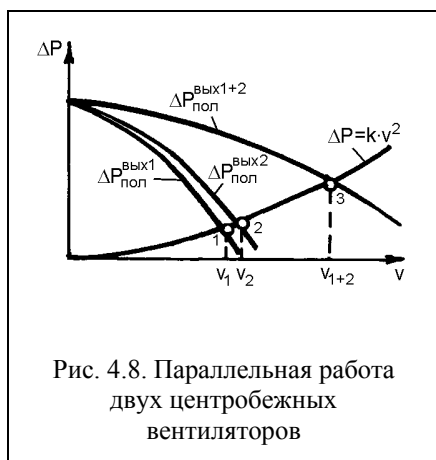


Рис. 4.7. Совмещение характеристик вентилятора и характеристики сети

Для увеличения расхода воздуха используют параллельную работу вентиляторов (см. рис. 4.8). Для этого нужно построить объединенную характеристику двух параллельно работающих вентиляторов путем сложения абсцисс (расходов) при одинаковых ординатах (давлениях), совмещенных на одном графике. Точка пересечения 3 объединенной характеристики с характеристикой сети показывает давление и расход газа, подаваемого в сеть двумя вентиляторами. Этот расход больше производительности каждого вентилятора. Но при крутой характеристике сети параллельная работа вентиляторов малоэффективна, так как суммарная подача  $v_{1+2}$  лишь немного больше подачи каждого из вентиляторов  $v_1$  или  $v_2$ .



Для увеличения создаваемого давления используется последовательная работа вентиляторов. В этом варианте также строится объединенная характеристика последовательно работающих вентиляторов, для чего суммируются давления при одинаковых абсциссах (рис. 4.9).



## Глава 5. Картина и закономерности струйных процессов

### 5.1. Свободная струя

В рабочем пространстве печей движение осуществляется в результате динамического воздействия турбулентных струй, образующихся при введении топлива и воздуха.

Струя называется свободной и затопленной, если она не ограничена твердыми стенками и развивается в среде с той же плотностью.

В области соприкосновения струи и неподвижной среды возникают турбулентные вихри, которые отличаются от вихрей, зарождающихся на шероховатой поверхности (см. рис. 5.1). Вихри проникают как внутрь струи, так и в окружающую среду, вызывая перемещение масс в направлении, перпендикулярном направлению движения струи. При этом перемещении частицы струи, обладающие определенными скоростями, попадая в неподвижные близлежащие слои окружающей среды, приводят их в движение, т.е. увлекают их за собой.

Частицы, переносимые вихрями с периферии струи внутрь ее, замедляют движение тех слоев,

куда они попадают. Масса и сечение струи возрастают по мере удаления от места истечения. На рис. 5.2 представлена схема развития свободной струи [14]. Осевая скорость на некотором участке от места выхода газа из сопла остается неизменной и равной начальной скорости  $W_n$ . Этот участок называют начальным.

Вихрь, образовавшийся на поверхности струи, перемещается одновременно и вдоль и поперек струи. В конце начального участка окружающая среда, захваченная в самом начале струи, доходит до оси струи, являясь с этого момента причиной резкого снижения скорости на оси струи. Скорость поперечного перемещения вихря  $W_{\text{попер}}$  составляет  $1/12 \div 1/8$  от скорости поступательного движения вихря вдоль струи  $W_{\text{прод}}$ . Следовательно, поверхностный вихрь в сечении с диаметром  $d_0$  проникнет к оси струи через  $4 \div 6 \cdot d_0$ , и длина начального участка  $L_{\text{нач}}$  будет равна  $4 \div 6 \cdot d_0$  [17].



Рис. 5.1. Слой смешения, образующийся между гелием и водородом ( $Re \sim 10^5$ )

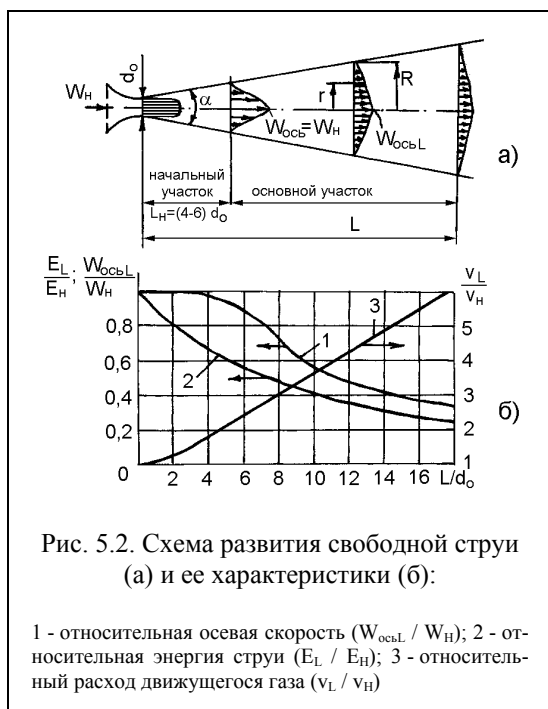


Рис. 5.2. Схема развития свободной струи (а) и ее характеристики (б):

1 - относительная осевая скорость ( $W_{осбL} / W_H$ ); 2 - относительная энергия струи ( $E_L / E_H$ ); 3 - относительный расход движущегося газа ( $v_L / v_H$ )

Скорость на периферии струи начинает уменьшаться сразу же после выхода газа из сопла вследствие обмена массами газа между струей и окружающей средой. За начальным участком следует основной участок струи, в котором кривая распределения скоростей носит колоколообразный характер. Поверхности, отделяющие струю от неподвижной среды, называются границами струи. Центральный угол раскрытия струи колеблется от  $20^\circ$  до  $24^\circ$ .

Опыты показывают, что скорости во всех точках основного участка струи возрастают пропорционально увеличению скорости выхода газа из

сопла, при этом струи, выходящие из сопел разного диаметра, подобны. Распределение скоростей в поперечном сечении круглой струи описывается формулой Шлихтинга

$$\frac{W_{rL}}{W_{осбL}} = \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{1,5} \right]^2, \quad (5.1)$$

где  $W_{осбL}$  – скорость на оси струи на расстоянии  $L$  от сопла;  $R$  – радиус струи на расстоянии  $L$  от сопла.

В свою очередь скорость на оси струи в основном участке определяется по формуле:

$$\frac{W_{осбL}}{W_{осб0}} \cdot \frac{L}{d_0} = B = \text{const}, \quad (5.2)$$

где индекс "0" относится к соплу истечения газа, образующего струю. Величина "B" в зависимости от различных условий может изменяться в пределах от 4 до 6.

Поскольку на начальном участке с длиной  $L / d_0 = 4 \div 6$  скорость на оси струи не изменяется, то величина  $B = L_{\text{нач}} / d_0$  определяется соотношением продольной и поперечной скоростей, что следует из уравнений  $\tau = \frac{B \cdot d_0}{W_{\text{прод}}}$  и

$$\tau = \frac{d_0}{2 \cdot W_{\text{попер}}}, \text{ откуда } \frac{W_{\text{попер}}}{W_{\text{прод}}} = \frac{1}{2 \cdot B}.$$

Таким образом, вихрь на поверхности струи с диаметром  $d_L$  достигнет оси струи через  $L_{\text{пер}} = B \cdot d_L$ , что весьма важно для теории факела.

Средняя скорость в сечении струи для основного участка определяется интегральным путем и для распределения скоростей в виде (5.1) равна  $\bar{W}_L = 0,275 \cdot W_{\text{осьL}}$ .

Опыт показывает: в начальном участке диаметр струи изменяется по закону гиперболы [17]

$$\frac{d_L^2}{d_0^2} = 1 + b^2 \cdot \left( \frac{L}{d_0} \right)^2, \quad (5.3)$$

где  $b = \text{tg}(\alpha/2)$ ;  $\alpha$  – угол раскрытия струи (см. рис. 5.2). После начального участка ( $L/d_0 > 6$ ) единицей в (5.3) можно пренебречь, тогда диаметр струи возрастает по прямой линии

$$d_L = b \cdot L. \quad (5.4)$$

Расход газов в струе (основного и захваченного расхода) по длине струи также увеличивается линейно

$$\frac{m_{\text{см}}}{m_0} = 0,316 \cdot \frac{L}{d_0}, \quad (5.5)$$

$$\frac{m_{\text{зах}}}{m_0} = \left( 0,316 \cdot \frac{L}{d_0} - 1 \right). \quad (5.6)$$

Здесь  $m_0$  – расход газа, истекающего из сопла [кг/с].

Если истечение из сопла происходит со скоростью, меньшей скорости звука –  $W_{\text{зв}}$ , то давление во всех точках свободной струи практически постоянно и равно давлению окружающей среды. При истечении со скоростью  $W_{\text{ист}} > W_{\text{зв}}$ , картина процесса в начальном участке весьма сложна, так как изменяется давление и сечение истекающего потока.

На основании экспериментальных данных установлено, что подмешивание окружающей среды в струю хорошо описывается законом удара не-

упругих тел. После удара двух неупругих тел, идущих в одном и том же направлении, оба тела движутся с одной и той же скоростью смеси  $W_{\text{см}}$

$$W_{\text{см}} = \frac{m_1 \cdot W_1 + m_2 \cdot W_2}{m_1 + m_2}. \quad (5.7)$$

Количество движения во всех сечениях струи, согласно (5.7) одно и тоже и равно количеству движения до смешения –  $I_0$ , что также подтверждается опытом. При неподвижной окружающей среде  $I_{\text{см}} = I_0$ . Формулы (5.2) и (5.4) получены из условия постоянства количества движения в различных сечениях струи.

Энергия струи уменьшается в связи с потерями на удар при вовлечении в движение окружающей среды.

Важным свойством свободной струи является также подобие в различных сечениях температурных и концентрационных полей. Поэтому решения (5.2), (5.5), а также закон о линейном изменении границ струи в основном участке использованы И.Д. Семикиным для описания свободного факельного процесса.

В литературе известны и другие формулы для расчета  $W_{\text{осбL}}$ ,  $m_{\text{см}}$  [18].

Если температура струи выше температуры окружающей среды, например, при сжигании газообразного топлива, то на струю действуют архимедовы силы и ось струи искривляется. Искривление струи определяется соотношением между силами тяжести, выталкивающих архимедовых сил и инерционных сил.

Когда оси двух струй параллельны и находятся на достаточно близком расстоянии друг от друга, то взаимодействие между ними приводит к сокращению поверхности раздела, через которую поступает окружающая среда. В результате угол раскрытия струи уменьшается, а дальность струи увеличивается.

## 5.2. Инжектор

Свойство струи захватывать и вовлекать в движение окружающую среду используется в инжекторах. Инжекторы широко применяются в практике (в инъекционных горелках, для организации дымовой тяги, для организации рециркуляции дыма в рабочем пространстве печи, для увеличения подачи вентиляторного воздуха к печи и т.д.), и потому этот раздел, как и все разделы в механике газов, имеет большое практическое значение.

В простом инжекторе (рис. 5.3) захват газом воздуха, необходимого для полного горения, осуществляется аналогично захвату неподвижной среды свободной струей. На место вовлеченных молекул воздуха в топливную струю мгновенно поступают соседние молекулы воздуха. Отвод и приход молекул воздуха в элементарный объем  $dV$  на границе струи, по-

видимому, связан с образованием разрежения в этом объеме в момент вовлечения воздуха в струю. Однако, это разрежение весьма мало и трудно поддается измерению. Поэтому обычно говорится, что давление в свободной струе равно давлению окружающей среды.

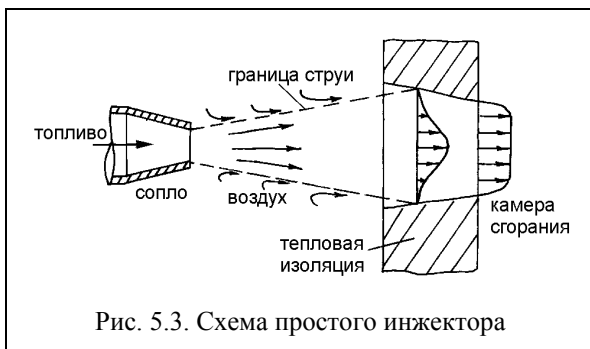


Рис. 5.3. Схема простого инжектора

В сложном инжекторе (см. рис. 5.4) струя может захватывать и вовлекать в движение лишь среду, находящуюся перед входом в смеситель. В отличие от простого инжектора, в смесителе имеет место разрежение по всей его длине.

Разрежение в смесителе  $\Delta P_{см}$ , согласно уравнению Бернулли, идет на создание скорости инжектируемой среды (воздуха)

$$W_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P_{см}}{\rho_2}}, \quad (5.8)$$

тогда расход инжектируемой среды будет

$$v_2 = F_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P_{см}}{\rho_2}}. \quad (5.9)$$

Разрежение в смесителе определится из уравнения импульсов Эйлера или из баланса энергии, в котором потери при смешении потоков определяются как потери на удар при переходе с

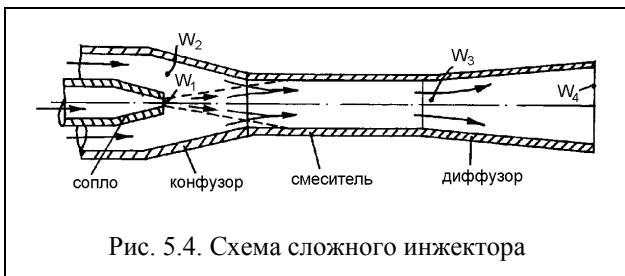


Рис. 5.4. Схема сложного инжектора

большой скорости на меньшую. Эти подходы приводят к одному и тому же результату относительно  $\Delta P_{см}$ . Второй подход более нагляден, что легко заметить из приведенной ниже формулы:

$$\left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}\right) \cdot P_2 + m_1 \frac{W_1^2}{2} + m_2 \frac{W_2^2}{2} = \\ = \left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}\right) \cdot P_3 + (m_1 + m_2) \frac{W_3^2}{2} + m_1 \frac{(W_1 - W_3)^2}{2} + m_2 \frac{(W_2 - W_3)^2}{2}, \quad (5.10)$$

откуда следует

$$\Delta P_{\text{см}} = P_3 - P_2 = \frac{m_1 \cdot W_1 \cdot W_3 + m_2 \cdot W_2 \cdot W_3 - (m_1 + m_2) \cdot W_3^2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}. \quad (5.11)$$

При расчетах с известной кратностью инжекции  $K_{\text{инж}} = m_2 / m_1$  и скоростью смеси  $W_3$  обычно определяется скорость истечения рабочего газа из сопла  $W_1$ , которая, согласно уравнению Бернулли, зависит от  $\Delta P_{\text{см}}$ . В свою очередь,  $\Delta P_{\text{см}}$  связано со скоростью  $W_2$  выражением (5.8), что необходимо учитывать при проведении расчетов. Проще всего задаться скоростью  $W_2$ , т.е. необходимым разрежением  $\Delta P_{\text{см}}$  и определить  $W_1$ . Скорость  $W_2$ , согласно (5.11), противоречиво влияет на  $\Delta P_{\text{см}}$  и, соответственно, на  $W_1$ . При оптимальной скорости  $W_{2\text{опт}}$  имеем минимальную скорость для  $W_1$ .

Поскольку скорость  $W_3$  также противоречиво влияет на  $\Delta P_{\text{см}}$  и, соответственно, на  $W_1$  и на  $W_2$ , то имеется и оптимальная скорость  $W_{3\text{опт}}$ . Из-за громоздкости формулы для  $W_{2\text{опт}}$  и  $W_{3\text{опт}}$  не приводятся.

Чтобы увеличить кратность инжекции, входную часть смесителя выполняют в виде конфузора, а выходную – в виде диффузора. Конфузор позволяет уменьшить потери при входе инжектируемой среды в смеситель. Диффузор же к разрежению в смесителе, созданного за счет действия струи, добавляет дополнительное разрежение в смесителе и, тем самым, увеличивает скорость  $W_2$  и кратность инжекции.

Размеры инжектора зависят от его назначения. При малом отношении  $F_2 / F_1$ , струйный аппарат может создавать повышенное давление на выходе  $P_3$ . Но при значительном перепаде давления в смесителе струйный аппарат не может создать большую кратность инжекции. При большом отношении  $F_2 / F_1$ , аппараты могут развивать значительную кратность инжекции, но не могут создать даже незначительное повышенное давление относительно атмосферного давления. Так, работа инжекционных горелок значительно ухудшается (имеет место недожог топлива) при незначительном увеличении давления в печи (например, вследствие падения дымовой тяги при старении печи).

### 5.3. Ограниченные струи

Если направить струю вдоль поверхности, то дальнобойность струи, т.е. сохранение первоначальной большой скорости, увеличится. Это свойство, названное В.Е. Грум-Гржимайло настильностью, используется при организации факельного процесса в мартеновских печах – высокотемпературный светящийся факел должен стелиться по поверхности ванны. Настильность объясняется тем, что свободная поверхность, вовлекающая в движение массу окружающей среды, уменьшается. По мере удаления от сопла максимум скорости приближается к плоскости. Дальнобойность струи уменьшается, если струя направлена под углом. Такая струя оказывает давление на плоскость. Максимальное давление имеет место при атаке под прямым углом (например, при продувке ванны). При ударе струи в тупик давление также повышается.

Неограниченная струя имеет место при распространении дыма, истекающего из дымовой трубы, в воздушной среде, при сгорании газа на "свечах", т.е. она представляет интерес и для практики, при этом плотность струи меньше плотности воздуха.

При движении в ограниченной камере понятие струи становится более сложным и для реальной печи оно, как правило, связано с горением топлива. Проще всего представить распространение струи дыма в рабочем пространстве печи (рис. 5.5), образованной при сжигании топлива до печи с помощью инжекционной горелки.

Если площадь сечения отводящего канала равна площади поперечного сечения рабочего пространства печи (вар. 1), а струя успевает заполнить это сечение, то имеет место переход из узкого канала в широкий, рассмотренный в разделе 2.14. При этом происходит изменение давления струи.



Давление струи в начале печи меньше, чем в конце печи, и у продольных стен образуется поток, движущийся в направлении, обратном направлению основной струи.

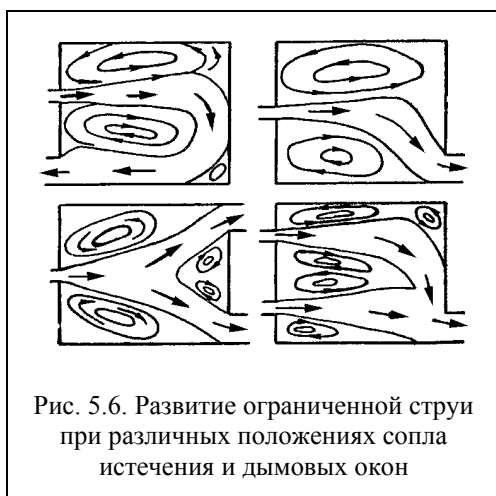
Образование возвратного движения между стенками и струей благодаря инжектирующему воздействию струи наблюдается и когда струя не успевает раскрыться до стенок камеры (вар. 3). В этом варианте весьма часто струю считают свободной. Однако режим струи в варианте 3, не говоря уже о струях в вариантах 1 и 2, существенно отличается от режима свободной струи. Общее для струй заключается лишь в захвате и вовлечении в движение окружающей среды. Но при свободной струе захватывает-

ся "чужая" среда, состав которой существенно отличается от состава рабочего газа. При ограниченной струе состав рециркуляционного газа, если сжигание топлива произошло до печи, отвечает составу рабочего газа.

Если для свободных струй расход смеси все время возрастает, то для ограниченных струй возрастание расхода за счет газов рециркуляционной зоны происходит до определенного максимума, а далее расход падает в результате отдачи массы в зону рециркуляции, поскольку при установившемся состоянии из печи уходит столько газа, сколько входит через сопло. Расход смеси в свободной струе при одной и той же длине  $L$  превышает расход смеси в ограниченной струе при одном и том же расходе рабочего газа  $v_1$ .

М.А. Глинов [19, 20] выделяет в струе ядро постоянной массы, в различных сечениях которого расход равен начальному. Присоединенная масса струи является как бы спутной ветвью циркуляционной зоны, в которой движение происходит по замкнутым контурам. Кинетическая энергия струи в основном расходуется на рециркуляцию газов. В ограниченной струе изменяется и количество движения по длине проточной зоны.

На рис. 5.6 представлено развитие ограниченной струи при различных положениях сопла истечения и дымового канала.



Когда говорится об ограниченной струе, то также подразумевается развитие струи, образующейся при сжигании топлива в факельном процессе, когда подается необходимое количество воздуха для горения с определенной скоростью. Эта скорость создается нагнетающими устройствами, а не за счет энергии рабочего газа, как в инжекторе.

Поскольку воздух может быть подан с большой скоростью, то общая площадь входных сечений для ввода газа и воздуха обычно намного меньше площади торцевой стены, в

которой расположены эти сечения. В результате горения топлива образуется струя дыма, располагающаяся между стенками печи. Далее происходит развитие струи сложного состава (горючий газ, продукты горения, воздух) по рассмотренным выше схемам для ограниченной струи.

Для понимания факельного процесса нужно отметить, что к корню струи возвращаются продукты полного горения топлива. Вторгаясь в воз-



дух, они снижают концентрацию кислорода в воздухе, что приводит к удлинению факела.

Ограниченные струи можно наблюдать в циклонах, где струя вводится тангенциально относительно стенки циклона. Под действием центробежной силы струя еще плотнее прижимается к стенке и движется вдоль стенки по спирали. Вследствие вращательного движения потока давление по сечению цилиндрической камеры неодинаково. Оно возрастает от оси к периферии, причем разность давлений зависит от скорости потока и может быть значительной.

#### 5.4. О движении газов в рабочем пространстве печей

Движение газов в рабочем пространстве печей может быть канальным, струйным или комбинированным, что чаще всего наблюдается в практике (рис. 5.7). Самый яркий пример представляет методическая нагревательная печь. Обычное число горелок в томительной зоне не менее четырех. В этом случае между струями образуется проточная зона, которая отличается от рециркуляционных зон, расположенных между струей и ограничивающими стенками. В этих зонах, если струи не успевают слиться, происходит возвратное движение продуктов полного горения к корню факела. Аналогичная картина наблюдается и в сварочной зоне – зоне полного сжигания топлива.

В методической зоне имеем канальное движение газов под воздействием разности статических давлений. Таково и движение газов в дымовой трубе под воздействием разности геометрических давлений.

Канальное неизомермическое движение газов по всей длине печи встречается редко. Наиболее распространено струйное движение, при котором на аэродинамику рабочего пространства основное влияние оказывает расположение горелок и количество движения в дымовых струях. Расположение отводящих каналов, как правило, имеет меньшее значение.

Перепады давлений в печи пропорциональны количеству движения, а, следовательно, квадрату расхода топлива и воздуха. Обычно в месте ввода топливных струй давление меньше, а в месте удара струи о стенку – больше. В более высоких точках печи избыточное давление выше, чем в более низких.



Рис. 5.7. Схема струйного (а) и канального (б) движения газов в методической печи:

1 - сопло (горелка); 2 - дымоотвод

Изменяя гидравлическое сопротивление каналов, через которые удаляются газы (дым) из рабочего пространства, можно увеличивать или уменьшать давление в печи. Гидравлическое сопротивление дымохода изменяется при опускании или подъеме шиберов.

Чтобы устранить подсосы холодного воздуха в печь или выбивание дыма в атмосферу, в печах с рабочими окнами стараются поддерживать на подду давление, равное атмосферному.

## Часть 2. Теплопередача

### Глава 6. Теплопередача при стационарном тепловом состоянии (СТС)

#### 6.1. Способы переноса теплоты

С современной точки зрения теплота представляет внутреннюю энергию, которая самопроизвольно передается из одной части пространства в другую при наличии разности температур.

Перенос теплоты в пространстве осуществляется 3 способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением.

Каждый способ переноса теплоты имеет свои особенности в механизме переноса и свои законы для математического описания процесса переноса.

Важнейшими характеристиками переноса теплоты являются тепловой поток и плотность теплового потока. Тепловой поток

$$Q = \frac{dE}{d\tau} \quad [\text{Дж/с} = \text{Вт}] \quad (6.1)$$

представляет количество теплоты  $E$  [Дж], проходящей через поверхность  $F$  [ $\text{м}^2$ ] в единицу времени  $\tau$  [с].

Плотность теплового потока

$$q = \frac{d^2E}{d\tau \cdot dF} = \frac{dQ}{dF}, \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right] \quad (6.2)$$

говорит о переносе теплоты в единицу времени через единицу поверхности. Именно плотность теплового потока характеризует интенсивность процесса теплообмена между телами с различной температурой. Весьма часто, говоря о " $q$ ", подразумевают перенос теплоты через  $1 \text{ м}^2$  в течение  $1 \text{ с}$ , но при этом подразумевается, что величина  $q$  для всех площадок  $dF$  одинакова.

Перенос теплоты теплопроводностью в твердом теле и в неподвижной жидкости (газе) описывается законом Фурье, известным из курса физики

$$q_{\tau} = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (6.3)$$

где  $\lambda$  [Вт/(м·К)] – коэффициент теплопроводности, характеризующий способность тел проводить внутри себя теплоту;  $\frac{\partial t}{\partial n}$  [К/м] – температурный градиент.

Закон Фурье играет исключительно важную роль в металлургической теплотехнике, поскольку основным назначением печей является нагрев металла, руды, известняка и т.д. Поэтому в ближайших параграфах будет рассмотрен механизм передачи теплоты теплопроводностью, понятие о температурном градиенте, гипотеза Био и коэффициент теплопроводности  $\lambda$  для различных тел.

Перенос теплоты конвекцией имеет место при теплообмене жидкости (газа) с твердой поверхностью и описывается законом Ньютона

$$q_k = \alpha_k \cdot (\mp t_r \pm t_{пт}), \quad (6.4)$$

где  $t_r$  – температура среды;  $t_{пт}$  – температура твердой поверхности.

Величина  $\alpha_k$  [Вт/(м<sup>2</sup>·К)] – коэффициент теплоотдачи конвекцией – представляет количество теплоты, которую передает (или получает) среда на единицу твердой поверхности в единицу времени при разности температур между средой и поверхностью тела в один градус. Процесс теплообмена между поверхностью тела и средой относится к весьма сложным процессам и величина  $\alpha_k$  зависит от большого числа факторов.

В высокотемпературных металлургических печах теплопередаче излучением принадлежит решающая роль. Передача теплоты излучением в простейшей печной системе "газ–адиабатная кладка–металл", а также в электрических печах, в рекуператорах и регенераторах (устройства для подогрева газа и воздуха) рассчитывается по формуле с использованием закона Стефана-Больцмана<sup>^</sup>

$$q_{л} = C_{л} \cdot \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{пт}}{100} \right)^4 \right], \quad (6.5)$$

где  $C_{л}$  – коэффициент излучения, изменяющийся от 0 до 5,67 Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $T_r = t_r + 273$ ;  $T_{пт} = t_{пт} + 273$ .

Определение коэффициента излучения  $C_{л}$  будет рассматриваться в главе 9. Законы Ньютона и Стефана-Больцмана также известны из курса физики. Заметим: индексы при  $q$  говорят о передаче теплоты теплопроводностью – "т", конвекцией – "к" и излучением – "л" (лучистый теплообмен).

## 6.2. Совместная передача теплоты излучением и конвекцией. Суммарный коэффициент теплоотдачи

Теплота от факела, дыма передается нагреваемому телу излучением и конвекцией. Такая же картина имеет место при теплоотдаче от дыма к стенке рекуператора или к кирпичу регенератора, при теплоотдаче от наружной поверхности кладки или охлаждающегося прокатанного металла в окружающую среду – воздух.

Совместная передача теплоты излучением и конвекцией рассчитывается с использованием законов Ньютона и Стефана-Больцмана. Для теплоотдачи с  $t_r > t_{пт}$  уравнение теплоотдачи принимает вид

$$q = C_{л} \cdot \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{пт}}{100} \right)^4 \right] + \alpha_k \cdot (t_r - t_{пт}), \quad (6.6)$$

где  $T_{пт}$  [K] и  $t_{пт}$  [ $^{\circ}$ C] – температура твердой поверхности.

Для теплоотдачи от наружной поверхности кладки или от охлаждающегося металла на воздухе имеем

$$q = C_{л} \cdot \left[ \left( \frac{T_{пт}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_v}{100} \right)^4 \right] + \alpha_k \cdot (t_{пт} - t_v). \quad (6.7)$$

Выражения (6.6) и (6.7) весьма неудобны для математического описания процесса теплоотдачи. Так, при известной величине  $q$  можно напрямую определить  $t_r$  при известной  $t_{пт}$ , но выражение для расчета  $t_r$  очень громоздкое. Поэтому неизвестная температура  $t_r$  чаще всего определяется методом последовательных приближений.

Вынося разность температур  $t_r - t_{пт}$  или  $t_{пт} - t_r$ , получим

$$q = (t_r - t_{пт}) \cdot \left\{ \alpha_k + C_{л} \cdot \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{пт}}{100} \right)^4 \right] / (t_r - t_{пт}) \right\} \quad (6.8)$$

Второе слагаемое в фигурных скобках имеет размерность коэффициента теплоотдачи конвекцией и потому его называли коэффициентом теплоотдачи излучением  $\alpha_{л}$

$$\alpha_{л} = \frac{q_{л}}{(t_r - t_{ст})} = \frac{C_{л} \cdot \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{пт}}{100} \right)^4 \right]}{(t_r - t_{пт})} \quad (6.9)$$

После сокращения на  $t_r - t_{пт} = T_r - T_{пт}$ , получим

$$\alpha_{\text{л}} = \frac{C_{\text{л}}}{100^4} \cdot (T_{\text{г}}^2 + T_{\text{пт}}^2) \cdot (T_{\text{г}} + T_{\text{пт}}). \quad (6.10)$$

Плотность теплового потока излучением и конвекцией определится в виде

$$q = (\alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}) \cdot (t_{\text{г}} - t_{\text{пт}}) = \alpha \cdot (t_{\text{г}} - t_{\text{пт}}) \quad (6.11)$$

или 
$$q = (\alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}) \cdot (t_{\text{пт}} - t_{\text{в}}) = \alpha \cdot (t_{\text{пт}} - t_{\text{в}}), \quad (6.12)$$

где 
$$\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}} \quad (6.13)$$

представляет суммарный коэффициент теплоотдачи конвекцией и излучением от газа к твердой поверхности или от твердой поверхности в окружающую среду (воздух).

Следует отметить: коэффициент теплоотдачи конвекцией незначительно изменяется с изменением температуры газа. Между тем, согласно (6.10), коэффициент теплоотдачи излучением при нагреве с постоянной температурой дыма в печи может изменяться почти в 4 раза.

Когда  $t_{\text{пт}} \rightarrow t_{\text{г}}$ , что имеет место при большой продолжительности процесса теплообмена, получим максимальное значение  $\alpha_{\text{л}}$

$$\alpha_{\text{лмакс}} = \frac{4 \cdot C_{\text{л}} \cdot T_{\text{г}}^3}{100^4}. \quad (6.14)$$

При нагреве постоянным тепловым потоком или в противотоке, когда изменяется не только температура поверхности, но и температура газа, коэффициент  $\alpha_{\text{л}}$  может изменяться более чем в 4 раза.

### 6.3. Передача теплоты теплопроводностью

#### 6.3.1. Механизм передачи теплоты теплопроводностью

Механизм передачи теплоты теплопроводностью весьма сложен и к тому же мало изучен. Явление теплопроводности чаще всего трактуется как простой обмен кинетической энергией при непосредственном соприкосновении микрочастиц. Такая трактовка в какой-то мере подходит для газа, когда соприкосновение молекул можно рассматривать как столкновение шариков. С этой точки зрения теплопроводность представляет эстафетный способ передачи теплоты между микрочастицами.

"Но явления микромира нельзя объяснить нашими жизненными наблюдениями" [15]. И само столкновение и сам механизм передачи энергии при столкновении представляют весьма сложные физические явления.

Колебательные движения ионов в узлах кристаллической решетки способствуют передаче теплоты теплопроводностью. Однако в металлах теплота в основном переносится свободными электронами. Свободные электроны перемещаются как из нагретых областей в менее нагретые, так и в обратном направлении. В первом случае они отдают энергию атомам, а во втором – забирают. Это способствует выравниванию температур во всех точках нагревающегося (или охлаждающегося) металла при получении теплоты от печи поверхностью тела.

### 6.3.2. Температурный градиент. Гипотеза Био

Если соединить все точки тела с одинаковой температурой, получим изотермические поверхности, которые могут целиком располагаться внутри слитка (заготовки) или заканчиваться на поверхности тела. Пересечение изотермических поверхностей плоскостью дает на этой плоскости семейство изотерм (рис. 6.1).

Наибольший перепад температуры на единицу длины имеет место в направлении нормали к изотермической поверхности. Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется градиентом температуры. Градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности и численно равный производной от температуры по этому направлению



$$\text{grad } t = n_0 \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \left[ \frac{\text{K}}{\text{м}} \right], \quad (6.15)$$

где  $n_0$  – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температуры.

Скалярная величина температурного градиента неодинакова для различных точек изотермической поверхности. Она максимальна там, где расстояние между изотермами минимально.

Весьма важной величиной для теплопередачи является вектор плотности теплового потока  $q$ . Согласно гипотезе Био тепловой поток пропорционален градиенту температуры

$$\mathbf{q} = -n_0 \cdot \lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]. \quad (6.16)$$

Соотношение (6.16) известно в литературе как закон Фурье.

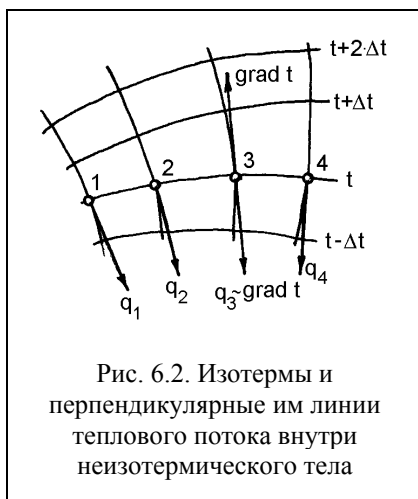


Рис. 6.2. Изотермы и перпендикулярные им линии теплового потока внутри неизотермического тела

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону понижения температур (рис. 6.2). Таким образом, векторы  $\mathbf{q}$  и  $\text{grad } t$  лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны. Этим и объясняет знак "минус" в правой части уравнения (6.16).

Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  характеризует способность вещества проводить теплоту. Определяемый экспериментальным путем коэффициент теплопроводности  $\lambda$  учитывает сложный механизм передачи теплоты при соприкосновении микрочастиц. Для сталей  $\lambda = 30-50 \text{ Вт/(м·К)}$ , для ог-

неупоров (динас, шамот) –  $\lambda = 0,7-1$ . У теплоизоляторов  $\lambda < 0,2$ . Газы имеют весьма низкие значения  $\lambda$ . Размерность  $\lambda \text{ [Вт/(м·К)]}$  вытекает из (6.16).

В инженерных расчетах представляет интерес и расчет теплового потока  $Q$  через изотермическую и неизотермическую поверхность. Когда  $\mathbf{q}$  является функцией координат на изотермической поверхности, имеем

$$Q = \int_F \mathbf{q} \cdot d\mathbf{F} = \int_F \lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF, [\text{Вт}]. \quad (6.17)$$

Весьма часто даже в инженерных расчетах плотность теплового потока принимают постоянной для поверхности  $F$ , что имеет место при симметричном нагреве. Тогда следует

$$Q = q \cdot F, [\text{Вт}]. \quad (6.18)$$



## 6.4. Теплопередача в стационарном тепловом состоянии (СТС)

### 6.4.1. Распределение температур в стенке.

#### Расчет теплопередачи в СТС.

#### Тепловое сопротивление стенки

Под теплопередачей понимается процесс переноса теплоты из одной газовой среды в другую через разделительную стенку (рис. 6.3). В теплопередаче участвуют все способы переноса теплоты. Теплота от газа внутри печи с температурой  $t_{гв}$  передается кладке с температурой  $t_{св}$  излучением и конвекцией. В кладке печи теплота передается путем теплопроводности. От наружной поверхности кладки с температурой  $t_{сн}$  теплота передается в окружающую среду с температурой  $t_{гн}$  конвекцией и излучением.

Различают стационарную и нестационарную теплопередачу, которая предшествует стационарной. При нестационарной теплопередаче температуры во всех точках кладки изменяются в процессе разогрева (или охлаждения) кладки, при этом изменяется и тепловой поток  $Q_{теп}$ . Расчет нестационарной теплопередачи весьма сложен.

Признаком стационарного теплового состояния является неизменность температур во всех точках кладки во времени, т.е. в СТС производная  $\partial t^{СТС}/\partial \tau$  равна 0. Математическое условие СТС для стенки с одномерным температурным полем, когда  $t_x^{СТС} = f(x)$ , можно выразить и в виде

$$Q_{пр} = Q_{yx} = Q_x^{СТС} = Q^{СТС}, \quad (6.19)$$

т.е. тепловой поток через любую поверхность кладки  $Q_x^{СТС} = q_x^{СТС} \cdot F_x$  один и тот же. В СТС сколько кладка получает теплоты от газа внутри печи, столько же она отдает окружающей среде.

Условие (6.19) упрощает расчет температур в кладке печи и соответственно расчет теплопередачи при наступлении СТС, хотя формально СТС может возникнуть лишь при  $\tau = \infty$ .



Рис. 6.3. Условные обозначения к схеме теплопередачи в стационарном тепловом состоянии (СТС) через плоскую однослойную стенку

Используя закон Фурье для расчета теплопередачи  $Q^{\text{СТС}}$  через бесконечную плоскую стенку, имеем

$$Q_x^{\text{СТС}} = -\lambda_x \cdot \frac{dt_x^{\text{СТС}}}{dx} \cdot F_x. \quad (6.20)$$

Для пластины  $F_x = \text{const} = F_{\text{пл}}$ . Если допустить, что  $\lambda$  не зависит от температуры, то из (6.20) следует: температурный градиент в плоской стенке при  $\lambda_x = \text{const}$  является также постоянной величиной, тогда температура в стенке будет изменяться по закону прямой линии (рис. 6.3). При известных температурах  $t_{\text{св}}$  и  $t_{\text{сн}}$  температурный градиент будет

$$\frac{dt_x^{\text{СТС}}}{dx} = -\frac{t_{\text{сн}} - t_{\text{св}}}{S}. \quad (6.21)$$

Тепловой поток в СТС, который передается через стенку, можно называть теплопередачей в СТС, определится по формуле:

$$Q^{\text{СТС}} = \lambda \cdot \frac{t_{\text{св}} - t_{\text{сн}}}{S} \cdot F_{\text{пл}}. \quad (6.22)$$

Формуле (6.22) придадим вид, аналогичный хорошо известному из электротехники закону Ома

$$Q^{\text{СТС}} = \frac{t_{\text{св}} - t_{\text{сн}}}{\frac{S}{\lambda \cdot F_{\text{пл}}}}. \quad (6.23)$$

Знаменатель в (6.23) по смыслу аналогичен электрическому сопротивлению и потому его называли тепловым сопротивлением для плоской стенки

$$R_{\text{тс}} = \frac{S}{\lambda \cdot F}. \quad (6.24)$$

Окончательно получим

$$Q^{\text{СТС}} = \frac{t_{\text{св}} - t_{\text{сн}}}{R_{\text{тс}}}. \quad (6.25)$$

Для уменьшения тепловых потерь через кладку ее выполняют многослойной. В печах прокатного производства число слоев чаще всего равно 2 (рис. 6.4). Внутренний слой кладки с толщиной  $S_1$  и коэффициентом теплопроводности  $\lambda_1$  выкладывают из огнеупоров, способных выдерживать высокие температуры в печи (хромомagneзит, магнезит, диас, шамот). Наружный слой с толщиной  $S_2$  с целью увеличения теплового сопротивления

кладки выкладывают из теплоизоляционного кирпича с  $\lambda_2 < \lambda_1$ . Тепловое сопротивление многослойной плоской стенки будет

$$R_{\text{тс}} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i \cdot F_{\text{пл}}}, \quad (6.26)$$

а теплопередача через многослойную плоскую стенку определится по формуле (6.25) с учетом (6.26). Распределение температур в двухслойной плоской стенке при  $\lambda_i = \text{const}$  представлено на рис. 6.4. Поскольку  $q_{\text{х}}^{\text{стс}} = \text{const}$ , то большему значению  $\lambda$  отвечает меньший температурный градиент и наоборот.

Формула (6.26) справедлива для стенки любой формы с  $F_{\text{н}} \neq F_{\text{в}}$ , если в формуле вместо  $F_{\text{пл}}$  использовать усредненную поверхность стенки  $F_{\text{ср}}$ . Достоверное значение  $F_{\text{ср}}$ , определенное интегральным путем, для цилиндрической стенки имеет вид

$$F_{\text{ср}} = \frac{F_{\text{н}} - F_{\text{в}}}{\ln(F_{\text{н}}/F_{\text{в}})}, \quad (6.27)$$

а для шаровой стенки

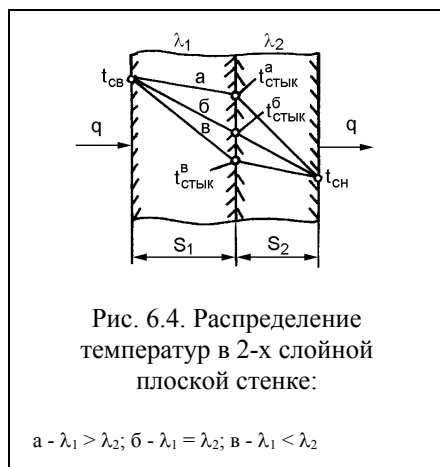
$$F_{\text{ср}} = \sqrt{F_{\text{н}} \cdot F_{\text{в}}}. \quad (6.28)$$

Плотность теплового потока  $q_{\text{г}}^{\text{стс}} = Q^{\text{стс}}/F_{\text{г}} = \text{const}/F_{\text{г}}$  и температурный градиент в цилиндрической и шаровой стенке являются функцией текущего радиуса  $r$  и потому температура в стенке изменяется по кривой (рис. 6.5). Максимальные значения  $q$  и  $\partial t_r/\partial r$  достигаются на внутренней поверхности стенки, минимальные значения – на наружной поверхности стенки как при передаче теплоты изнутри наружу, так и при передаче теплоты снаружи внутрь.

Теплопередача через многослойную стенку любой формы определится из системы трех уравнений:

$$Q_{\text{тс}} = \alpha_{\text{в}} \cdot (t_{\text{гв}} - t_{\text{св}}^{\text{стс}}) \cdot F_{\text{в}}, \quad (6.29)$$

$$Q_{\text{ст}} = \frac{t_{\text{св}}^{\text{стс}} - t_{\text{сн}}^{\text{стс}}}{R_{\text{тс}}}, \quad (6.30)$$



$$Q_{\text{ст}} = \alpha_{\text{н}} \cdot (t_{\text{сн}}^{\text{стс}} - t_{\text{гн}}) \cdot F_{\text{н}}, \quad (6.31)$$

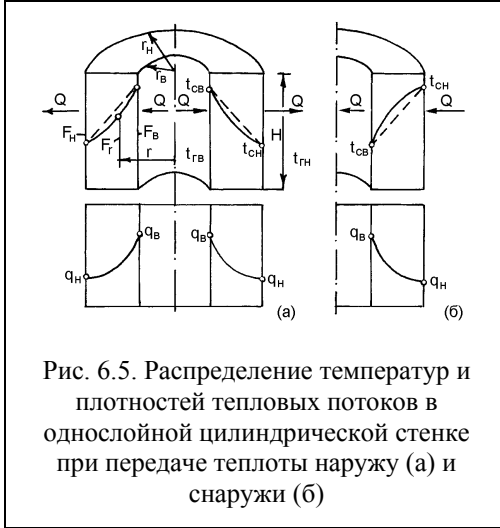
где  $\alpha_{\text{в}} = \alpha_{\text{лв}} + \alpha_{\text{кв}}$  – общий коэффициент теплоотдачи излучением и конвекцией внутри печи;  $\alpha_{\text{н}} = \alpha_{\text{лн}} + \alpha_{\text{кн}}$  – общий коэффициент теплоотдачи излучением и конвекцией от наружной поверхности кладки в окружающую среду.

Для исключения неизвестных температур  $t_{\text{св}}^{\text{стс}}$  и  $t_{\text{сн}}^{\text{стс}}$  при заданных температурах  $t_{\text{гв}}$  и  $t_{\text{гн}}$  уравнения (6.29) - (6.31) представим в виде:

$$\frac{Q_{\text{гс}}}{\alpha_{\text{в}} \cdot F_{\text{в}}} = t_{\text{гв}} - t_{\text{св}}^{\text{стс}}, \quad (6.32)$$

$$Q_{\text{ст}} \cdot R_{\text{тс}} = t_{\text{св}}^{\text{стс}} - t_{\text{сн}}^{\text{стс}}, \quad (6.33)$$

$$\frac{Q_{\text{сг}}}{\alpha_{\text{н}} \cdot F_{\text{н}}} = t_{\text{сн}}^{\text{стс}} - t_{\text{гн}}. \quad (6.34)$$



Суммируя три уравнения и учитывая, что в СТС  $Q_{\text{гс}} = Q_{\text{ст}} = Q_{\text{сг}} = Q^{\text{стс}}$ , получим

$$Q^{\text{стс}} = \frac{t_{\text{гв}} - t_{\text{гн}}}{\frac{1}{\alpha_{\text{в}} \cdot F_{\text{в}}} + R_{\text{тс}} + \frac{1}{\alpha_{\text{н}} \cdot F_{\text{н}}}}. \quad (6.35)$$

По смыслу слагаемое  $\frac{1}{\alpha_{\text{в}} \cdot F_{\text{в}}}$  представляет тепловое сопротивление при передаче теплоты от газа к стенке и обозначается  $R_{\text{гс}}$  [К/Вт], а слагаемое  $\frac{1}{\alpha_{\text{н}} \cdot F_{\text{н}}}$  – тепловое сопротивление при передаче теплоты от стенки в окружающую среду (воздух) и обозначается  $R_{\text{сг}}$ . Формулу представим в виде закона Ома для последовательной цепи

$$Q^{\text{стс}} = \frac{t_{\text{гв}} - t_{\text{гн}}}{R_{\text{гс}} + R_{\text{тс}} + R_{\text{сг}}}. \quad (6.36)$$

Из уравнений (6.33) и (6.34), исключая неизвестную температуру  $t_{\text{сн}}^{\text{стс}}$ , получим

$$Q^{CTC} = \frac{t_{CB}^{CTC} - t_{ГН}}{R_{TC} + R_{CT}}. \quad (6.37)$$

Формула (6.37) используется при расчете тепловых потерь через кладку.

Неизвестные температуры  $t_{CB}^{CTC}$  и  $t_{CH}^{CTC}$  определяются из уравнений (6.32) и (6.34) по известному значению  $Q^{CTC}$ :

$$t_{CB}^{CTC} = t_{ГВ} - Q^{CTC} \cdot R_{ГC}, \quad (6.38)$$

$$t_{CH}^{CTC} = t_{ГН} + Q^{CTC} \cdot R_{CT}. \quad (6.39)$$

Для расчета температур на стыке слоев используется универсальная формула для расчета  $Q^{CTC}$ : теплопередача в СТС равна разности двух известных температур  $t_1 - t_2$  на поверхностях  $F_1$  и  $F_2$ , деленной на сумму тепловых сопротивлений между этими поверхностями  $R_{T12}$

$$Q^{CTC} = \frac{t_1 - t_2}{R_{T12}}. \quad (6.40)$$

Сначала рассчитывается  $Q^{CTC}$  по известным температурам  $t_{ГВ}$  и  $t_{ГН}$  или  $t_{CB}$  и  $t_{CH}$ , а затем по формулам типа (6.38) и (6.39) определяются температуры на стыке слоев  $t_{СТЫК12}$ ,  $t_{СТЫК23}$  и т.д.

Расчет теплопередачи через плоскую стенку можно вести по формуле:

$$Q = K_T \cdot F_{пл} \cdot (t_{ГВ} - t_{ГН}),$$

где  $K_T$  называется коэффициентом теплопередачи  $[Вт/(м^2 \cdot К)]$ .

Коэффициент теплопередачи определяется в виде

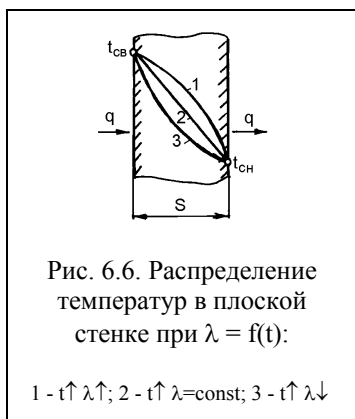
$$K_T = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_B} + \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_H}}.$$

В такой трактовке размерность коэффициента теплопередачи совпадает с размерностью коэффициента теплоотдачи. Для цилиндрической и шаровой стенки выражение для расчета  $K_T$  имеет более сложный вид, поскольку  $K_T$  будет зависеть от значения  $F$ .

Для коэффициента теплопроводности огнеупорных материалов принимают линейную зависимость от температуры

$$\lambda_t = \lambda_0 + b \cdot t. \quad (6.41)$$

Поскольку температурный градиент  $\frac{\partial t_x^{\text{СТС}}}{\partial x} = \frac{q_x^{\text{СТС}}}{\lambda(x)} = f(x)$ , то температура в плоской стенке изменяется по кривой (рис. 6.6). Чем меньше величина  $\lambda$ , тем больше величина температурного градиента и тем больше крутизна температурной кривой.



Тепловое сопротивление многослойной стенки любой формы определится по формуле:

$$R_{\text{тс}} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_{\text{icc}} \cdot F_{\text{icc}}}, \quad (6.42)$$

где  $F_{\text{icp}}$  – средняя площадь  $i$ -й стенки, определяемая для цилиндрической и шаровой стенок по формулам (6.27) и (6.28), соответственно;  $\lambda_{\text{icp}}$  – средний коэффициент теплопроводности по толщине  $i$ -го слоя, определяемый по формуле  $\lambda_{\text{icp}} = (\lambda_{\text{ив}} + \lambda_{\text{ин}})/2$ ;  $\lambda_{\text{ив}}$  и  $\lambda_{\text{ин}}$  – коэффициенты теплопроводности на границах  $i$ -го слоя.

Теоретические закономерности в СТС используются для решения задач нагрева и охлаждения тела методом конечных разностей, а также в расчетах рекуператора.

#### 6.4.2. Расчет тепловых потерь печи

Теплопередача в СТС представляет тепловые потери печи через огнеупорную кладку. При расчете тепловых потерь с водоохлаждаемыми, но с теплоизолированными элементами величиной  $R_{\text{сг}}$  можно пренебречь из-за большой величины коэффициента теплоотдачи от металлической стенки к воде  $\alpha_{\text{н}}$ . Если теплоизоляция отсутствует (что весьма часто имеет место в практике), то пренебрегают тепловым сопротивлением металлической стенки  $R_{\text{тс}}$  и расчет потерь ведут по объединенному закону Стефана-Больцмана и Ньютона

$$Q_{\text{пот}} = \alpha_{\text{в}} \cdot (t_{\text{гв}} - t_{\text{в}}) \cdot F_{\text{в}}. \quad (6.43)$$

#### 6.4.3. О расчете рекуператора

В рекуператоре при неизменной производительности печи имеет место СТС, т.е. температура стенки рекуператора, температуры воздуха и дыма не изменяются во времени. Поверхность нагрева рекуператора (по-

верхность разделительной стенки)  $F_n$  определится из уравнений теплового баланса по приращению теплосодержания нагретого воздуха

$$Q^{ст} = \Delta I_B = v_B \cdot (c_0^{t_{BK}} \cdot t_{BK} - c_0^{t_{BH}} \cdot t_{BH}) \quad (6.44)$$

и по теплопередаче в рекуператоре

$$Q^{ст} = F_n \cdot q_{cp} = F_n \cdot K_{cp} \cdot \Delta t_{cp}, \quad (6.45)$$

где  $K_{cp}$  – средний коэффициент теплопередачи от дыма к воздуху в рекуператоре;  $\Delta t_{cp}$  – средняя разность температур между дымом и воздухом;  $t_{BK}$  – температура нагретого воздуха (на выходе из рекуператора,  $t_{BH}$  – начальная температура воздуха (при входе в рекуператор);  $c_0^{t_{BK}}$  и  $c_0^{t_{BH}}$  – средние теплоемкости воздуха в интервале температур  $0-t_{BK}$  и  $0-t_{BH}$ .

Из (6.44) и (6.45) следует

$$F_n = \frac{\Delta I_B}{K_{cp} \cdot \Delta t_{cp}}. \quad (6.46)$$

Для противоточного рекуператора средняя разность температур между дымом и воздухом определится по формуле:

$$\Delta t_{cp} = \frac{(t_{дн} - t_{BK}) - (t_{дк} - t_{BH})}{\ln \frac{t_{дн} - t_{BK}}{t_{дк} - t_{BH}}}, \quad (6.47)$$

а температура дыма  $t_{дк}$ , покидающего рекуператор, из теплового баланса

$$v_d \cdot (c_0^{t_{дк}} \cdot t_{дк} - c_0^{t_{дн}} \cdot t_{дн}) = v_B \cdot (c_0^{t_{BK}} \cdot t_{BK} - c_0^{t_{BH}} \cdot t_{BH}). \quad (6.48)$$

В (6.47) и (6.48)  $t_{дн}$  – температура дыма при входе в рекуператор;  $t_{дк}$  – на выходе из рекуператора;  $c_0^{t_{дк}}$  и  $c_0^{t_{дн}}$  – средние теплоемкости для дыма в интервале температур  $0-t_{дк}$  и  $0-t_{дн}$ .

Средний коэффициент теплопередачи для металлических рекуператоров чаще всего определяют по формуле для плоской стенки, т.к.  $F_n \approx F_B$ :

$$K_T = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{cp}^{лс}} + \frac{S}{\lambda_{cp}} + \frac{1}{\alpha_{cp}^{св}}}, \quad (6.49)$$

где  $\alpha_{cp}^{лс}$  – средний коэффициент теплоотдачи конвекцией и излучением от дыма к стенке рекуператора;  $\alpha_{cp}^{св}$  – средний коэффициент теплоотдачи кон-

векцией от стенки к воздуху;  $S$  – толщина стенки рекуператора;  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{ст}}$  – средний коэффициент теплопроводности стенки рекуператора.

Средние коэффициенты теплоотдачи в рекуператоре  $\alpha_{\text{ср}}^{\text{лс}}$  и  $\alpha_{\text{ср}}^{\text{св}}$  определяются по средней температуре дыма и воздуха в рекуператоре.

Если коэффициенты теплоотдачи в рекуператоре определяются по начальным и конечным температурам дыма и воздуха, то

$$K_{\text{ср}} = (K_{\text{вх}} + K_{\text{вых}}) / 2, \quad (6.50)$$

где  $K_{\text{вх}}$  и  $K_{\text{вых}}$  – коэффициенты теплопередачи со стороны входа дыма в рекуператор и со стороны выхода дыма из рекуператора.

Регенератор может рассчитываться по методике расчета эквивалентного рекуператора [23]. В этом случае поверхность нагрева регенератора определяется по формуле, аналогичной формуле (6.46):

$$F_{\text{н}} = \frac{\Delta I_{\text{в}}}{\chi_{\text{ср}} \cdot \Delta t_{\text{ср}}}, \quad (6.51)$$

где  $\chi_{\text{ср}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\alpha}_{\text{дым-кирп}} \cdot \Delta \tau_{\text{дым}}} + R_{\text{т}} + \frac{1}{\bar{\alpha}_{\text{кирп-возд}} \cdot \Delta \tau_{\text{возд}}}}$  – средний коэффициент

теплопередачи от дыма к воздуху;  $\Delta I_{\text{в}} = v_{\text{в}} \left( c_0^{\text{твк}} \cdot \bar{t}_{\text{вк}} - c_0^{\text{твн}} \cdot t_{\text{вн}} \right) \cdot \Delta \tau_{\text{возд}}$  – изме-

нение энтальпии воздуха;  $\Delta t_{\text{ср}} = \frac{(t_{\text{дн}} - \bar{t}_{\text{вк}}) - (\bar{t}_{\text{дк}} - t_{\text{вн}})}{\ln \left[ (t_{\text{дн}} - \bar{t}_{\text{вк}}) / (\bar{t}_{\text{дк}} - t_{\text{вн}}) \right]}$  – средняя разность

температур по объему регенератора и во времени между дымом и воздухом;  $v_{\text{в}}$  – расход воздуха;  $\bar{\alpha}_{\text{дым-кирп}}$  – средний коэффициент теплоотдачи по

объему регенератора и во времени между дымом и насадкой;  $\bar{\alpha}_{\text{кирп-возд}}$  –

средний коэффициент теплоотдачи по объему регенератора и во времени между насадкой и воздухом;  $R_{\text{т}}$  – тепловое сопротивление кирпича регенератора, составляющее примерно 20 % от суммы тепловых сопротивлений  $[\text{м}^2 \cdot \text{К} / \text{Дж}]$ ;  $\Delta \tau_{\text{возд}}$  и  $\Delta \tau_{\text{дым}}$  – продолжительность периода охлаждения и периода

нагрева насадки  $[\text{с}]$ ;  $\bar{t}_{\text{вк}}$  – средняя температура воздуха за период  $\Delta \tau_{\text{возд}}$ ;  $\bar{t}_{\text{дк}}$  – средняя температура дыма за период  $\Delta \tau_{\text{дым}}$ .



## Глава 7. Передача теплоты при нестационарном тепловом состоянии

### 7.1. Дифференциальное уравнение теплопроводности (ДУТ)

Одним из основных вопросов в металлургической теплотехнике является определение длительности нагрева и возможной производительности печей. Длительность нагрева может быть определена различными методами: из решений дифференциального уравнения теплопроводности, методом конечных разностей с использованием ЭВМ, методом тепловой диаграммы. Но в основе любого метода лежит уравнение теплопроводности Фурье, из которого определяется температурное поле в нагреваемом теле в любой момент времени. Зная температурное поле внутри нагреваемого (охлаждаемого) тела, можно определить температурный градиент  $\partial t / \partial n$  и тепловой поток через любую поверхность (включая неизотермическую) внутри тела, что также представляет практический интерес.

Температурное поле в теле любой формы при постоянных значениях коэффициента теплопроводности  $\lambda$  и удельной массовой теплоемкости  $c$  [Дж/(кг·К)] описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t, \quad (7.1)$$

где  $a = \lambda / (\rho \cdot c)$  [м<sup>2</sup>/с] – коэффициент температуропроводности;  $\rho$  [кг/м<sup>3</sup>] – плотность тела;

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа.}$$

Большую роль для металлургов играют ДУТ для симметричного нагрева цилиндра и шара. Поэтому желательно привести вывод этих уравнений теплопроводности, не прибегая к раскрытию сущности оператора Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат, поскольку она может и не излагаться в курсе "Высшей математики".

Для одномерного температурного поля, когда  $t = f(x, \tau)$ , можно записать  $\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{\partial t_{x, \tau}}{\partial x}$  и выражение для вектора плотности теплового потока принимает вид:

$$\vec{q}_{x,\tau} = -\lambda \cdot \vec{n} \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} \quad (7.2)$$

Скалярная величина вектора плотности теплового потока, представляющая алгебраическую проекцию вектора плотности теплового потока (геометрическая проекция вектора есть также вектор)

$$q_{x,\tau} = -\lambda \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} \quad (7.3)$$

является чисто математической величиной, т.е. она формально может принимать как положительное, так и отрицательное значение.

Алгебраические проекции вектора плотности теплового потока при одномерном температурном поле говорят как о величине теплового потока, так и о направлении распространения теплоты вдоль координатной оси 0-х.

Когда проекция вектора  $\vec{q}$  положительна ( $x \uparrow, t \downarrow, \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} < 0, q_{x,\tau} > 0$ ), теплота распространяется в сторону увеличения  $x$ . Когда проекция  $\vec{q}$  отрицательна ( $x \uparrow, t \uparrow, \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} > 0, q_{x,\tau} < 0$ ), теплота распространяется в сторону уменьшения  $x$ , т.е. к началу координат.

Обозначим тепловой поток, входящий в тело или в элементарный слой  $dV$ , через  $Q_{\text{прих.}\tau}$ , а тепловой поток, уходящий из тела или из  $dV$ , через  $Q_{\text{ух.}\tau}$ . При этом будем считать как  $Q_{\text{прих.}\tau}$ , так и  $Q_{\text{ух.}\tau}$  положительными величинами. Разность тепловых потоков  $Q_{\text{прих.}\tau} - Q_{\text{ух.}\tau}$  может быть положительной при нагреве, когда скорость нагрева  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} > 0$ , отрицательной при охлаждении ( $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} < 0$ ) и равна нулю в СТС ( $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = 0$ ).

Сначала рассмотрим вывод ДУТ для симметричного нагрева сплошного цилиндра и сплошного шара, полого цилиндра и полого шара при обогреве снаружи, а также для пластины с распространением теплоты к началу координат, т.е. когда проекции вектора теплового потока  $Q_{x+dx,\tau}$  и  $Q_{x,\tau}$  отрицательны.

Выделим в пластине, цилиндре и шаре элементарный объем  $dV$  в виде полого цилиндра и полого шара с внутренним радиусом  $x$  и толщиной  $dx$ . Количество теплоты, втекающей в  $dV$  за время  $dt$  за счет теплопроводности через поверхность  $F_{x+dx}$ , будет

$$dE_{\text{прих.}dV} = Q_{\text{прих.}\tau} = -Q_{x+dx,\tau} \cdot dt = -q_{x+dx,\tau} \cdot F_{x+dx} \cdot dt \text{ [Дж]}, \quad (7.4)$$

где вместо количества теплоты  $dE$  можно использовать запись для общего теплового потока в виде  $dQ^\tau = Q \cdot d\tau / 5$ .

Выражение (7.4) относится к  $dV$  и в пластине. Количество теплоты, вытекающей через противоположную поверхность  $F_x$ , определится аналогично:

$$dE_{yx,dV} = Q_{yx,\tau} = -Q_{x,\tau} \cdot d\tau = -q_x \cdot F_x \cdot d\tau. \quad (7.5)$$

Знак минус в (7.4) и (7.5) обязан положительной величине  $Q_{прих,\tau}$  и  $Q_{yx,\tau}$  и отрицательной величине проекции вектора теплового потока. Выражая  $Q_{x+dx,\tau}$  через  $Q_{x,\tau} = f(x)$  и дифференциал функции, имеем:

Тепловой поток  $Q_{x+dx}$  также положительная величина, при этом

$$Q_{x+dx,\tau} = Q_{x,\tau} + \frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} \cdot dx. \quad (7.6)$$

Накопившаяся теплота в  $dV$  за  $d\tau$  определится из (7.4) - (7.6):

$$d^2E_{ост,dV} = dE_{прих,dV} - dE_{yx,dV} = -Q_{x+dx,\tau} \cdot d\tau - (-Q_{x,\tau}) \cdot d\tau = -\frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} dx d\tau. \quad (7.7)$$

Эта теплота пойдет на увеличение энтальпии объема  $dV$ , в результате чего температура во всех точках объема  $dV$ , принимаемой одинаковой, за время  $d\tau$  изменится на  $dt_\tau$ :

$$d^2I_{dV} = dV \cdot \rho \cdot c \cdot dt_\tau = dV \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} d\tau. \quad (7.8)$$

Поскольку  $d^2E_{ост,dV} = d^2I_{dV}$ , то из (7.7) и (7.8) получим

$$\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = -\frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} \cdot dx / (dV \cdot \rho \cdot c). \quad (7.9)$$

Так как в данном случае проекции тепловых потоков отрицательны, то  $Q_{x+dx,\tau} < Q_{x,\tau}$ . Следовательно  $\frac{\partial Q_x}{\partial x} < 0$  и  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} > 0$ , что отвечает сущности процесса нагрева.

Для полого цилиндра и полого шара с бесконечно малой толщиной оболочки, объем элементарного слоя определяется как и для пластины

$$dV = F_x \cdot dx. \quad (7.10)$$

Подставляя  $Q_{x,\tau} = q_{x,\tau} \cdot d\tau$  и  $dV = F_x \cdot dx$  в (7.9), после дифференцирования получим:

$$\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial q_{x,\tau}}{\partial x} - \frac{q_{x,\tau}}{\rho \cdot c \cdot F_x} \cdot \frac{\partial F_x}{\partial x}. \quad (7.11)$$

Для пластины  $\frac{\partial F_x^{\text{пл}}}{\partial x} = 0$ ; для цилиндра  $F_x^{\text{ц}} = 2 \cdot \pi \cdot x$ ,  $\frac{\partial F_x^{\text{ц}}}{\partial x} = 2 \cdot \pi$ , для шара  $F_x^{\text{ш}} = 4 \cdot \pi \cdot x^2$ ,  $\frac{\partial F_x^{\text{ш}}}{\partial x} = 8 \cdot \pi \cdot x$ . Подставляя эти значения в (7.11) и учиты-

вая, что для этого процесса нагрева  $q_{x,\tau} = -\lambda \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x}$ , окончательно получим

ДУТ для пластины, симметричного нагрева полого цилиндра и полого шара при подводе тепла снаружи и при условии  $\lambda = \text{const}$ ,  $c = \text{const}$  в виде

$$\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t_{x,\tau}}{\partial x^2}; \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 t_{x,\tau}}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} \right); \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 t_{x,\tau}}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} \right), \quad (7.14)$$

где  $a = \lambda/(\rho \cdot c)$  – коэффициент температуропроводности [ $\text{м}^2/\text{с}$ ].

Схема вывода справедлива и для процесса охлаждения полого цилиндра и полого шара изнутри. Для этого процесса охлаждения  $Q_{x+dx,\tau} > Q_{x,\tau}$ ,

$$\frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} > 0 \text{ и согласно (7.9) } \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} < 0.$$

При нагреве полого цилиндра, полого шара изнутри (разогрев огнеупорной кладки секционной печи, купола каупера) и пластины с подводом тепла слева при  $x=0$  имеем:

$$Q_{\text{прих},\tau} = Q_{x,\tau} = q_{x,\tau} \cdot F_x > 0;$$

$$Q_{\text{yx},\tau} = Q_{x+dx,\tau} = q_{x+dx,\tau} \cdot F_{x+dx} > 0;$$

$$Q_{x+dx,\tau} = Q_{x,\tau} + \frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} \cdot dx;$$

$$d^2E_{\text{ост},dV} = (Q_{x,\tau} - Q_{x+dx,\tau}) \cdot d\tau = -\frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} dx d\tau ;$$

$$d^2I_{dV} = dV \cdot \rho \cdot c \cdot dt_{\tau} = dV \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} d\tau ,$$

откуда следует:  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} = -\frac{\partial Q_{x,\tau}}{\partial x} \cdot dx / (dV \cdot \rho \cdot c) .$

Так как при нагреве изнутри имеет место  $Q_{x+dx,\tau} < Q_{x,\tau}$ , то  $\frac{\partial Q_x}{\partial x} < 0$  и  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} > 0$ , что отвечает сущности процесса нагрева. Эта схема вывода ДУТ справедлива и для процесса охлаждения снаружи сплошного и полого цилиндра, сплошного и полого шара, когда  $Q_{x+dx,\tau} > Q_{x,\tau}$ , то  $\frac{\partial Q_x}{\partial x} > 0$  и  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau} < 0$ .

Часто, особенно когда в процессе охлаждения  $Q_{\text{прих},\tau} = 0$ , величину  $Q_{yx,\tau}$  называют отрицательным тепловым потоком. Однако в природе нет "отрицательных" тепловых потоков. При величине  $Q_{yx,\tau}$ , определяемой из закона Ньютона в виде  $Q_{yx} = \alpha \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{газ}})$ , получается лишь отрицательная (с точки зрения математики) скорость нагрева для всех точек тела  $\frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial \tau}$ , поскольку по определению производной функции имеем  $\frac{dt_{x,\tau}}{d\tau} =$

$$\frac{t_{x,\tau+d\tau} - t_{x,\tau}}{d\tau} , \text{ а при охлаждении } t_{x,\tau+d\tau} < t_{x,\tau} .$$

Положительные значения  $Q_{\text{прих},\tau}$  и  $Q_{yx,\tau}$  проще всего выражать через модули векторов тепловых потоков  $Q_{x,\tau}^M$ ,  $Q_{x+dx,\tau}^M$ , которые не зависят от направления распространения теплоты. Модуль вектора плотности теплового потока определяется по формуле, аналогичной формуле (7.3):

$$q_{x,\tau}^M = \pm \lambda \cdot \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} \quad (7.15)$$

Индекс "м" подчеркивает отличие (7.15) от (7.3).

Знак в (7.15) зависит от характера распределения температур в теле. Когда  $x \uparrow, t \downarrow, \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} < 0$ , то в (7.15) ставится знак минус, т.е. проекция равна модулю (именно этот вариант обычно рассматривается в литературе). Когда  $x \uparrow, t \uparrow, \frac{\partial t_{x,\tau}}{\partial x} > 0$ , то в (7.15) необходим знак плюс. Отметим: на тепловых диаграммах принято изображать модуль вектора плотности теплового потока  $q_{x,\tau}^M = f(x, \tau)$ , а не его проекцию. В вопросе использования модулей векторных величин вместо их проекций можно сослаться на механику газов, в которой проекции сил трения часто выражаются через их модули.

## **7.2. Основные закономерности в теории симметричного нагрева**

Прежде чем рассмотреть решения ДУТ, полезно рассмотреть закономерности в теории симметричного нагрева, базирующиеся на представлениях инженерной модели в теории теплопроводности в трактовке И.Д. Семикина. Эти закономерности не так просто "увидеть" в решениях ДУТ.

### **7.2.1. Важнейшие температуры в теле**

В практике, как правило, приходится иметь дело с несимметричным нагревом пластины, цилиндра и шара вследствие неравномерного подвода теплоты от печи к поверхности тела. Неравномерный нагрев цилиндра и шара также называют несимметричным относительно середины цилиндра и центра шара.

Схемы решения ДУТ и конечные результаты в виде формул для несимметричного нагрева весьма сложны и громоздки, и их изложение в учебном процессе даже для студентов-теплотехников явно не оправдано.

Схемы решения ДУТ и сами решения для симметричного нагрева, когда температура в момент  $\tau$  является функцией только одной координаты  $x$  (или  $r$ ), относительно просты и используются даже при проведении инженерных расчетов процесса нагрева тел в промышленных печах. Именно решения ДУТ для симметричных задач позволяют усвоить основные закономерности процесса нагрева.

По теоретическим решениям дифференциального уравнения теплопроводности можно определить температуру в любой точке нагреваемого тела в любой момент времени. При решении задач методом конечных разностей с использованием ЭВМ определяются температуры в избранных точках тела, число которых составляет, как правило, не менее десяти, и через определенные промежутки времени  $\Delta t$ .

В инженерных расчетах симметричного нагрева (как и в студенческих расчетах в курсовом и дипломном проектировании) чаще всего оперируют с тремя температурами: с максимальной температурой на поверхности нагреваемого тела  $t_n$ ; с минимальной температурой в середине нагреваемого тела  $t_c$ ; с усредненной температурой для всей массы тела  $t_{cp} = \bar{t}_m$  (рис. 7.1).

По температуре поверхности контролируется процесс нагрева. Температура поверхности в конце процесса нагрева (или диапазон изменения  $t_{пк}$ ) диктуется технологическим процессом.

Технологией прокатки также диктуется и перепад температур в теле в конце процесса нагрева (или диапазон изменения  $\Delta t_k = t_{пк} - t_{ск}$ ) и, следовательно, температура в середине тела в конце процесса нагрева  $t_{ск}$ .

В начале нагрева холодного тела возникают температурные напряжения, величина которых зависит от перепада температур  $\Delta t_\tau$  в нагреваемом теле. По этой причине необходимо соблюдать неравенство:  $\Delta t_\tau < \Delta t_{доп}$ , где допустимый перепад температур в теле  $\Delta t_{доп}$  определяется из теории упругости. Следовательно, желательно знать и поведение температуры в середине тела в процессе нагрева.

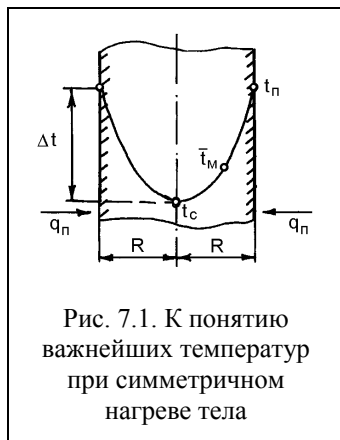
Среднемассовая температура прежде всего необходима для расчета теплосодержания (энтальпии) нагретого тела

$$I = M \cdot c \cdot \bar{t}_m. \quad (7.16)$$

Эту температуру можно получить при выравнивании температур в теле в идеальном термосе, когда при большом времени  $\tau_{выр}$  температуры во всех точках будут практически одинаковы (рис. 7.2), т.е. теплосодержание тела с  $t_x = \text{const} = \bar{t}_m$  отвечает начальному теплосодержанию с  $t_{x0} = f(x)$ .

По известному изменению среднемассовой температуры в процессе нагрева можно определить продолжительность нагрева  $\tau_n$  (см. формулу тепловой диаграммы).

В НМетАУ среднемассовой температуре уделяется особое внимание, поскольку по поведению этой температуры в процессе нагрева, определяемой заданным температурным и тепловым режимом печи, можно с большой достоверностью предсказать общую картину процесса, т.е. характер



изменения температур на поверхности и в середине тела. Хорошо понимая закономерности симметричного нагрева, можно предсказать общий ход и несимметричного нагрева.

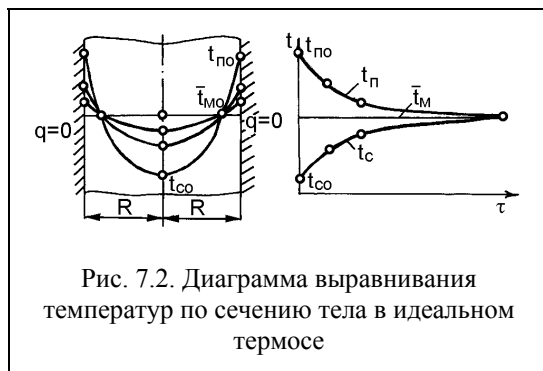


Рис. 7.2. Диаграмма выравнивания температур по сечению тела в идеальном термосе

Заметим: если слиток (заготовка) будут нагреты до заданного значения  $\bar{t}_{\text{МК}}$ , но  $\Delta t_{\text{к}}$  будет больше желаемого (оптимального)  $\Delta t_{\text{оптк}}$ , то они заведомо будут прокатаны, но с некоторой потерей в производительности стана.

Теплосодержание определяется интегральным путем

$$I = \int_V t_{\text{dV}} \cdot c \cdot \rho \cdot dV. \quad (7.17)$$

Считая теплоемкость постоянной величиной, из (7.5) и (7.17) получим общеизвестное выражение для  $\bar{t}_{\text{м}}$

$$\bar{t}_{\text{м}} = \frac{1}{V} \cdot \int_V t_{\text{dV}} \cdot dV. \quad (7.18)$$

Три температуры:  $t_{\text{п}}$ ,  $t_{\text{с}}$  и  $\bar{t}_{\text{м}}$  назовем важнейшими температурами.

### 7.2.2. Связь массовой скорости нагрева с тепловым потоком на поверхности тела

Скорость нагрева представляет изменение температуры в единицу времени  $C_{\text{н}} = \partial t / \partial \tau$  [K/c]. Это важнейшее понятие в теории нагрева. В уравнении теплопроводности (7.1) скорость нагрева для любой точки тела выражается через пространственную производную  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$  в момент  $\tau$ .

$$\text{Для важнейших температур имеем: } C_{\text{нп}} = \frac{dt_{\text{п}}}{d\tau}, C_{\text{нс}} = \frac{dt_{\text{с}}}{d\tau}, C_{\text{нм}} = \frac{d\bar{t}_{\text{м}}}{d\tau}.$$

Чтобы определить  $C_{\text{нп}}$  и  $C_{\text{нс}}$ , нужно решить дифференциальное уравнение теплопроводности. Между тем, массовая скорость нагрева определяется через плотность теплового потока на поверхности тела  $q_{\text{пт}}$ , который



может быть известной величиной по условию нагрева (например, нагрев при постоянном тепловом потоке) или определен из эксперимента.

Связь между  $C_{\text{нмт}}$  и  $q_{\text{пт}}$  в момент  $\tau$  определяется из теплового баланса за элементарное время  $d\tau$ .

Согласно законам Ньютона и Стефана-Больцмана, выражения (6.4) и (6.5) говорят об усвоении теплоты телом, полученной за счет теплопередачи от печи (от факела, дыма) излучением и конвекцией. Следовательно, количество теплоты, полученное телом за счет теплопередачи равно

$$dQ_{\text{тепл}} = q_{\text{пт}} \cdot F_{\text{н}} \cdot d\tau. \quad (7.19)$$

Нагрев – это изменение среднемассовой температуры тела. За элементарное время  $d\tau$  среднемассовая температура изменится на  $d\bar{t}_{\text{м}}$ , тогда изменение теплосодержания тела будет

$$dI = M \cdot c \cdot d\bar{t}_{\text{м}}. \quad (7.20)$$

Поскольку  $dQ_{\text{тепл}} = dI$ , то из (7.19) и (7.20) следует

$$C_{\text{нмт}} = \frac{d\bar{t}_{\text{м}}}{d\tau} = \frac{q_{\text{пт}} \cdot F_{\text{н}}}{M \cdot c}. \quad (7.21)$$

При несимметричном нагреве истинная поверхность нагрева  $F_{\text{н}}$  может не совпадать с геометрической поверхностью  $F_{\text{п}}$ . При симметричном нагреве  $F_{\text{н}} = F_{\text{п}}$ .

В решениях ДУТ фигурирует определяющий размер тела –  $R$ . При симметричном нагреве пластины им является половина толщины пластины  $R$ ; при одностороннем нагреве – полная толщина пластины  $R$ ; при симметричном нагреве сплошного цилиндра или сплошного шара – радиус  $R$ . Поэтому рационально для симметричного нагрева величину  $M/F_{\text{н}}$  выразить через определяющий размер тела  $R$ . Для трех форм тела имеем

$$\frac{M}{F_{\text{н}}} = \frac{R \cdot \rho}{K_1}, \quad (7.22)$$

где  $K_1$  – коэффициент формы тела при симметричном нагреве, равный для пластины  $K_{1\text{пл}} = 1$ , для сплошного цилиндра  $K_{1\text{ц}} = 2$ , для сплошного шара  $K_{1\text{ш}} = 3$ .

Выражение для массовой скорости нагрева (7.21) с учетом (7.22) принимает вид

$$C_{\text{нмт}} = \frac{d\bar{t}_{\text{м}}}{d\tau} = \frac{q_{\text{пт}} \cdot K_1}{R \cdot \rho \cdot c}. \quad (7.23)$$

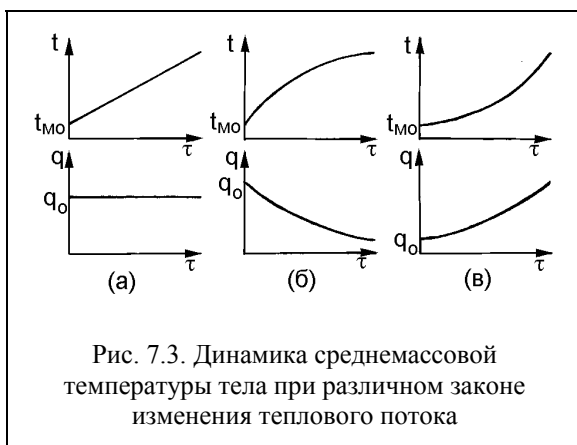


Рис. 7.3. Динамика среднemasовой температуры тела при различном законе изменения теплового потока

На рис. 7.3 представлена динамика среднemasовой температуры тела в зависимости от характера изменения поверхностного теплового потока в процессе нагрева. Рис. 7.3а отвечает важнейшему режиму нагрева в печах камерного типа (нагревательные колодцы) – нагреву при постоянном тепловом потоке

на поверхности тела в процессе нагрева (нагрев при  $q_{пт} = \text{const}$ ).

При нагреве в печи с постоянной температурой (нагрев при  $t_{печт} = \text{const}$ ) тепловой поток уменьшается в процессе нагрева (рис. 7.3б). Режим нагрева при  $t_{печт} = \text{const}$  имеет место практически во всех печах, по крайней мере в конце комбинированного режима нагрева (нагревательные колодцы, методические печи, печи садового типа). Рис. 7.3в отвечает нагреву в противотоке, имеющему место в методической зоне в методических печах.

### 7.2.3. Связь перепада температур в теле с плотностью теплового потока на поверхности тела

Этот раздел является прелюдией для последующего раздела, играющего исключительно важную роль в инженерных расчетах. Согласно теории СТС перепад температур в стенке обязан средней плотности теплового потока в стенке  $q_{ст}^{стс}$

$$\Delta t_{ст}^{стс} = q_{ст}^{стс} \cdot \frac{S_{ст}}{\lambda}, \quad (7.24)$$

где  $q_{ст}^{стс} = Q_{ст}^{стс} / F_{ср}$ .

Аналогичная зависимость справедлива и для нестационарного процесса [21]

$$\Delta t_{\tau} = \bar{q}_{R\tau} \cdot \frac{R}{\lambda}, \quad (7.25)$$

где  $\bar{q}_{R\tau}$  – средняя плотность теплового потока по сечению нагреваемого тела в момент  $\tau$ .

Тепловой поток, вступивший на поверхность тела в любой момент времени  $\tau$ , постепенно проникает вглубь тела, оставляя часть теплоты в пройденных слоях. Уменьшению теплового потока и обязан нагрев тела. Когда тепловой поток достигнет середины тела, он превратится в нуль. Нулевая плотность теплового потока в середине тела при симметричном нагреве вытекает из закона Фурье ( $q = -\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial x}$ ), поскольку температурное поле при  $x=0$  имеет минимум и  $\partial t / \partial x$  при  $x=0$  будет равно нулю (рис. 7.4).

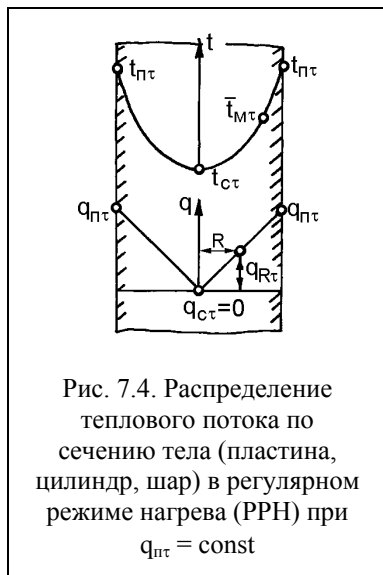
Таким образом, в первом приближении можно положить

$$\bar{q}_{R\tau} \approx \frac{q_{пт} + q_{с\tau}}{2} \approx \frac{q_{пт}}{2}, \quad (7.26)$$

тогда получим

$$\Delta t_{\tau} \approx \frac{q_{пт} \cdot R}{2\lambda}. \quad (7.27)$$

В начале процесса нагрева температура в середине тела при условии  $t_{x0} = \text{const}$  практически не изменяется – ничтожное изменение температуры нельзя зафиксировать измерительными приборами. Эту стадию процесса И.Д. Семикин назвал начальным инерционным периодом нагрева [22]. Продолжительность инерционного периода нагрева обозначается через  $\tau'$ . В соответствии с определением для  $\tau'$  нетрудно представить, что при  $\tau < \tau'$  теплота проникнет на глубину  $S < R$ . Таким образом, в течение  $\tau'$  происходит изменение толщины прогретого слоя  $S$  от нуля при  $\tau = 0$  до  $S = R$ , когда  $\tau = \tau'$  (рис. 7.5). После  $\tau'$  имеет место нагрев с постоянной толщиной  $R$ . Эту стадию нагрева И.Д. Семикин назвал регулярным режимом нагрева (РРН), хотя по решениям ДУТ регулярный режим начинается несколько позднее.



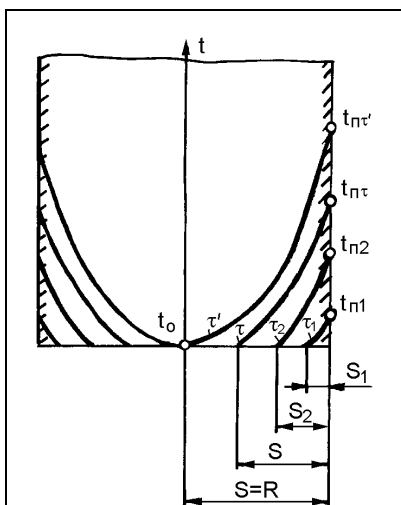


Рис. 7.5. Изменение толщины прогретого слоя в начальном инерционном периоде нагрева

Полезно заметить: в классической теории теплопроводности, связанной с решением ДУТ, понятие о  $\tau'$  отсутствует. Считается, что тепловой поток, вступивший на поверхность тела при  $\tau = 0$  или в любой момент  $\tau$ , мгновенно проникает на всю глубину тела, независимо от его толщины, даже если  $R \rightarrow \infty$ . Это эквивалентно допущению, что ДУТ справедливо для любой точки тела с самого начала процесса нагрева. Но это может иметь место лишь при бесконечной скорости распространения теплоты в нагреваемом теле. Между тем, конечная скорость распространения теплоты не учитывается ни в гипотезе Фурье, ни при выводе ДУТ. Представления о послойном включении тела в процесс нагрева лежат в основе "инженерной" модели в теории теплопроводности.

Формула (7.27) строго справедлива для регулярного режима нагрева (РРН) при постоянном тепловом потоке.

Изменение перепада температур в теле  $\Delta t_\tau = f(q_{\text{пт}})$  в процессе нагрева при  $t_{x0} = \text{const}$  представлено на рис. 7.6. Если  $t_{x0} = \text{const}$ , то в начальном инерционном периоде нагрева

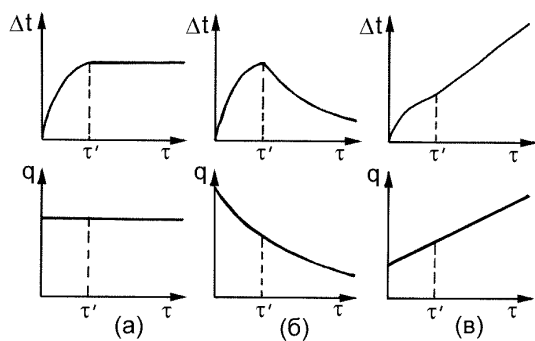


Рис. 7.6. Изменение перепада температуры по сечению тела ( $\Delta t$ ) при различных условиях нагрева

$\Delta t$  возрастает для всех вариантов, а затем  $\Delta t$  изменяется аналогично изменению плотности теплового потока  $q_{\text{пт}} = f(\tau)$ .

#### 7.2.4. Распределение температур в регулярном режиме нагрева при $q_{п\tau} = \text{const}$

В РРН характер изменения температур во всех точках тела аналогичен характеру изменения среднемассовой температуры в процессе нагрева. Это утверждение вытекает из температурных диаграмм процесса нагрева (см. рис. 7.7), на которых представлена динамика всех важнейших температур.

Температурные диаграммы построены в соответствии с формулой (7.21) для массовой скорости нагрева, решения (7.27) для расчета перепада температур  $\Delta t_\tau$  и соображений об изменении температуры в середине тела в начальном инерционном периоде нагрева.

При нагреве  $q_{п\tau} = \text{const}$  (рис. 7.7а) среднемассовая температура изменяется во времени по закону прямой линии

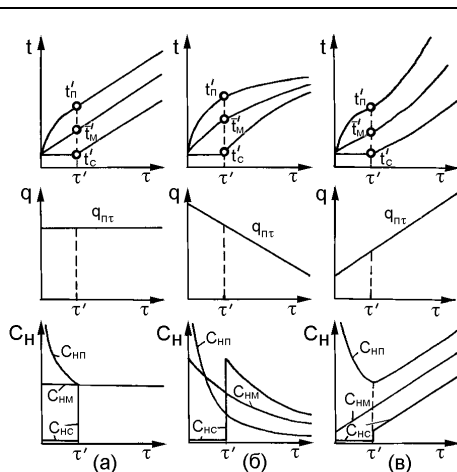


Рис. 7.7. Температурная, тепловая и скоростная диаграммы при различных условиях нагрева

$$\bar{t}_{м\tau} = \bar{t}_{м0} + C_{Hм} \cdot \tau = \bar{t}_{м0} + \frac{q_{п\tau} \cdot K_l}{R \cdot \rho \cdot c} \cdot \tau, \quad (7.28)$$

а перепад температур в РРН не изменяется в процессе нагрева при условии  $\lambda = \text{const}$  ( $\lambda$  не зависит от температуры). Следовательно, в РРН температуры на поверхности и в середине тела, а также в любой точке тела также должны изменяться линейно. Прямые  $t_{x\tau} = f(\tau)$  параллельны прямой для среднемассовой температуры тела.

Когда тепловой поток на поверхности тела убывает в процессе нагрева, то из-за уменьшения  $\Delta t_\tau$  все температурные кривые стремятся сблизиться с кривой  $\bar{t}_{м\tau} = f(\tau)$ , т.е. температуры во всех точках тела изменяются, как и среднемассовая температура, по выпуклым кривым (рис. 7.7б). Максимальная скорость нагрева для середины тела достигается при наступлении РРН. Скорость  $C_{Hс}$  в момент  $\tau'$  мгновенно возрастает от нуля до максимального значения  $C_{Hс\text{max}}$ , а затем уменьшается по ходу процесса нагрева.

При нагреве возрастающим тепловым потоком в процессе нагрева (рис. 7.7в) из-за увеличения  $\Delta t_\tau$  имеем расходящийся пучок температурных кривых.

В РРН при нагреве  $q_{пт} = \text{const}$ , скорость нагрева во всех точках тела одинакова и равна известной массовой скорости нагрева  $C_{нм} = q_{п} \cdot K_l / (R \cdot \rho \cdot c)$ .

Следовательно, для пластины в РРН уравнение теплопроводности можно записать в виде

$$a \cdot \frac{\partial^2 t_{x\tau}^{PPH}}{\partial x^2} = \frac{q_{п}}{R \cdot \rho \cdot c}. \quad (7.29)$$

Последовательно дважды интегрируя (7.29), получим:

$$\frac{\partial t_{x\tau}^{PPH}}{\partial x} = \frac{q_{п} \cdot x}{\lambda \cdot R} + C_1, \quad (7.30)$$

$$t_{x\tau}^{PPH} = \frac{q_{п} \cdot x^2}{2 \cdot \lambda \cdot R} + C_1 \cdot x + C_2. \quad (7.31)$$

При  $x = 0$  имеем  $\frac{\partial t_{x\tau}^{PPH}}{\partial x} = 0$  и  $t = t_c$ . Тогда постоянная интегрирования  $C_1$ , согласно (7.30), будет равна нулю, а постоянная  $C_2$  согласно (7.31) равна температуре в середине тела  $t_c$ . При  $x = R$  получим температуру на поверхности тела  $t_{п} = t_c + \frac{q_{п} \cdot R}{2 \cdot \lambda}$ . Следовательно, перепад температур определится по формуле (7.27), но только со знаком равенства

$$\Delta t_\tau^{PPH} = \frac{q_{п} \cdot R}{2 \cdot \lambda}. \quad (7.32)$$

Распределение температур в РРН при нагреве  $q_{пт} = \text{const}$  отвечает закону квадратной параболы в виде

$$t_{x\tau}^{PPH} = t_{c\tau}^{PPH} + \Delta t_\tau^{PPH} \cdot \left( \frac{x}{R} \right)^2. \quad (7.33)$$

Аналогичная зависимость имеет место при нагреве сплошного цилиндра и сплошного шара.

При нагреве с изменяющимся тепловым потоком распределение температур в РРН будет отличаться от закона квадратной параболы.

### 7.2.5. Распределение плотности теплового потока внутри тела при различных условиях нагрева

Распределение плотности теплового потока внутри нагреваемого тела при различных условиях нагрева, но при одном и том же значении  $q_{пт}$ , представлено на рис. 7.8.

Из (7.30) следует: в РРН при нагреве  $q_{пт} = \text{const}$  плотность теплового потока внутри нагреваемого тела изменяется по закону прямой линии (вариант 1 на рис. 7.8)

$$q_{х\tau} = q_{пт} \cdot \frac{x}{R}, \quad (7.34)$$

тогда

$$\bar{q}_R^1 = \frac{q_{п}}{2}. \quad (7.35)$$

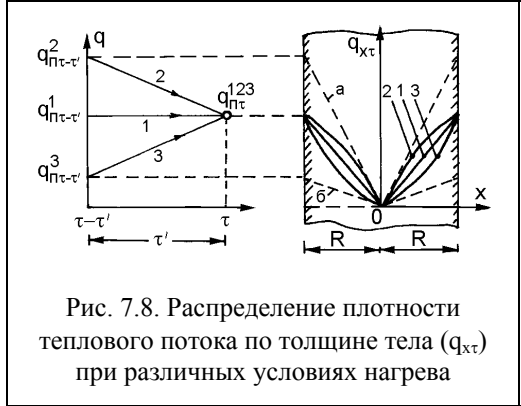


Рис. 7.8. Распределение плотности теплового потока по толщине тела ( $q_{х\tau}$ ) при различных условиях нагрева

Согласно представлениям И.Д. Семикина [21] к середине тела в момент  $\tau$  подходят остатки поверхностного теплового потока  $q_{пт-\tau'}$ . Если бы нагрев тела все время совершался при условии  $q_{пт-\tau'} = \text{const}$ , то плотность теплового потока внутри тела в момент  $\tau$  для варианта "а" (рис. 7.8) изменялась бы по закону

$$q_{х\tau}^a = q_{пт-\tau'}^a \cdot \frac{x}{R}. \quad (7.36)$$

Для варианта "2" ( $\tau \uparrow, q_{пт} \downarrow$ ) имеем  $q_{пт-\tau'}^2 > q_{пт}^1$ , тогда остаток  $q_{пт-\tau'}^2$  вблизи середины тела в момент  $\tau$  заведомо будет больше остатка  $q_{пт-\tau'}^1 > q_{пт}$  для варианта "1". Для варианта "3" ( $\tau \uparrow, q_{пт} \uparrow$ ) остаток  $q_{пт-\tau'}^3$  будет меньше остатка  $q_{пт-\tau'}^1$ . На поверхности же тела имеет место одна и та же плотность теплового потока  $q_{пт}$ .

Таким образом, в варианте "2" ( $\tau \uparrow, q_{пт} \downarrow$ ) истинная кривая  $q_{х\tau}^2$  находится выше прямой  $q_x^1 = q_{п} \cdot \frac{x}{R}$ , а  $q_R^{-2}$  будет больше  $\frac{q_{п}}{2}$ .

Когда  $q_{пт}$  возрастает в процессе нагрева (вариант "3"), имеем  $q_{пт-\tau}^3 > q_{пт}^1$ ,  $q_{х\tau}^3 < q_{п} \cdot \frac{x}{R}$  и  $\bar{q}_R^{-3} < \frac{q_{п}}{2}$ .

Средняя плотность теплового потока определится по формуле И.Д. Семикина:

$$\bar{q}_{R\tau} = \frac{q_{пт}}{K_{2\tau}}, \quad (7.37)$$

где  $K_{2\tau}$  – коэффициент усреднения тепловых потоков по толщине тела. В РРН при  $q_{пт} = \text{const}$  имеем  $K_{2\tau}^{РРН} = 2$ . При уменьшении теплового потока в процессе нагрева в РРН имеем  $K_{2\tau} < 2$ , а при возрастании  $q_{пт} - K_{2\tau} > 2$ . В РРН при нагреве  $t_{печт} = \text{const}$  коэффициент  $K_2$  при  $\alpha_\tau = \text{const}$  и  $\lambda = \text{const}$  не изменяется в процессе нагрева.

Отклонение  $K_2$  от 2 зависит от отношения тепловых потоков  $q_{пт} / q_{пт-\tau}$ .

Таким образом, для любых режимов нагрева, для любого момента времени и любой формы тела имеется строгая зависимость [21]

$$\Delta t_\tau = \frac{q_{пт} \cdot R}{K_{2\tau} \cdot \lambda}, \quad (7.38)$$

но нужно знание достоверного значения  $K_{2\tau}$ . В инженерных расчетах весьма часто принимают величину  $K_{2\tau} = 2$  независимо от условий нагрева.

### **7.2.6. Расчет среднемассовой температуры тела при различных условиях нагрева**

Подставляя выражение (7.33) в (7.18) и учитывая, что:

- для пластины  $dV_{пл} = F_{пл} \cdot dx$ ,  $V_{пл} = F_{пл} \cdot R$ ;
  - для равномерного нагрева цилиндра с боковой поверхности с теплоизолированными торцами  $dV_{ци} = 2 \cdot \pi \cdot x \cdot dx \cdot H$  ( $H$  – высота цилиндра),  $V_{ци} = \pi \cdot R^2 \cdot H$ ;
  - для равномерного нагрева шара  $dV_{ш} = 4 \cdot \pi \cdot x^2 \cdot dx$ ,  $V_{ш} = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3$ ,
- после интегрирования получим для симметричного нагрева при  $q_{пт} = \text{const}$  в РРН

$$\bar{t}_{мпл} = t_c + \frac{\Delta t}{3}; \quad (7.39)$$

$$\bar{t}_{мци} = t_c + \frac{\Delta t}{2}; \quad (7.40)$$



$$\bar{t}_{\text{мш}} = t_c + \frac{\Delta t}{1,67}. \quad (7.41)$$

Формулы (7.39)-(7.41) И.Д. Семикин [21] объединил через коэффициент распределения температур  $K_3$

$$\bar{t}_m = t_c + \frac{\Delta t}{K_3}, \quad (7.42)$$

где для пластины  $K_{3\text{пл}}^n = 3$ , для сплошного цилиндра  $K_{3\text{ци}}^n = 2$ , для сплошного шара  $K_{3\text{ш}}^n = 5/3 = 1,67$ . Индекс "П" говорит о распределении температур в теле по закону квадратной параболы.

Формула (7.42) справедлива для любого режима нагрева, для любого момента времени и любой формы тела, но только нужно знать достоверное значение коэффициента усреднения температур, который зависит от характера распределения температур в теле  $t_x = f(x)$ .

На рис. 7.9 представлены диаграммы для трех вариантов изменения теплового потока в процессе нагрева. В момент  $\tau$  средняя плотность теплового потока в теле для трех вариантов одинакова. По этой причине имеет место один и тот же

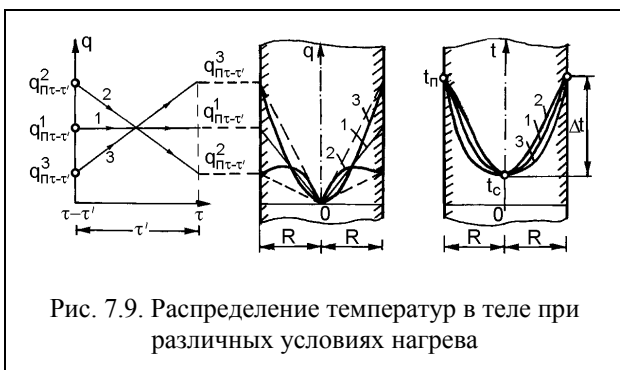


Рис. 7.9. Распределение температур в теле при различных условиях нагрева

перепад температур в теле  $\Delta t$ . В варианте "1" (нагрев при  $q_{\text{пт}} = \text{const}$ ) распределение температур отвечает закону квадратной параболы. В варианте "2" ( $\tau \uparrow, q_{\text{пт}} \downarrow$ ) температурная кривая находится над квадратной параболой; в варианте "3" ( $\tau \uparrow, q_{\text{пт}} \uparrow$ ) – под параболой. Следовательно, в варианте "2" присутствует максимальная средняя температура и  $K_3^{\text{PPH}} < K_3^n$ , а в варианте "3" – минимальная средняя температура тела и  $K_3^{\text{PPH}} > K_3^n$ .

В инженерных расчетах часто принимают значения  $K_3^{\text{PPH}} = K_3^n$  независимо от условий нагрева. В отличие от коэффициента усреднения тепловых потоков  $K_2$ , коэффициент  $K_3$  изменяется не в широких пределах. Ис-

пользование приближенных значений  $K_2 = K_2^n$  и  $K_3 = K_3^n$  не приводит к серьезной погрешности в расчетах печного нагрева материала.

### 7.2.7. Расчет продолжительности нагрева

Как отмечалось ранее, длительность нагрева может быть определена из теоретических решений ДУТ, полученных из условия постоянства  $\lambda$ ,  $c$  и  $\alpha$  в процессе нагрева путем использования в расчетах средних значений  $\bar{\lambda}$ ,  $\bar{c}$  и  $\bar{\alpha}$  за этот процесс. Решение задач нагрева с помощью ЭВМ позволяет учесть изменчивость  $\lambda$ ,  $c$  и  $\alpha$  в процессе нагрева. В инженерных расчетах (а также в учебных студенческих расчетах) длительность нагрева чаще всего определяется по формуле тепловой диаграммы.

Формула тепловой диаграммы, представляющая тепловой баланс за весь процесс нагрева, может быть записана без промежуточных выкладок. Как и при выводе формулы для массовой скорости нагрева можно записать:  $Q_{\text{тепл}} = \bar{q}_n \cdot F_n \cdot \tau$ ,  $\Delta I_n = M \cdot \Delta i_n$ .

Следовательно

$$\tau = \frac{M \cdot \Delta i_n}{F_n \cdot \bar{q}_n} = \frac{R \cdot \rho \cdot \Delta i_n}{K_1 \cdot \bar{q}_n}, \quad (7.43)$$

где  $\Delta i_n = i_k - i_n$  – удельное приращение теплосодержания тела в процессе нагрева;

$$i_k = c_0^{t_{\text{мк}}} \cdot \bar{t}_{\text{мк}}; \quad (7.44)$$

$$i_n = c_0^{t_{\text{мн}}} \cdot \bar{t}_{\text{мн}}. \quad (7.45)$$

Поскольку средняя температура в конце процесса нагрева известна, то основная сложность расчета по формуле тепловой диаграммы связана с определением достоверной средней плотности теплового потока на поверхности тела за весь процесс нагрева. Для уменьшения погрешности при расчете  $\bar{q}_n$  процесс нагрева для расчета разбивают на ряд интервалов по температуре поверхности тела.

Средний тепловой поток в "i" интервале независимо от истинного закона изменения  $q$  в процессе нагрева И.Д. Семикин предложил определять по формуле:

$$\bar{q}_{\text{pi}} = \frac{q_{\text{пni}} - q_{\text{пки}}}{\ln(q_{\text{пni}}/q_{\text{пки}})}. \quad (7.46)$$

Логарифмическое усреднение справедливо при изменении плотности поверхностного теплового потока в процессе нагрева по закону экспоненты

$$q_{пт} = q_{п0} \cdot e^{B\tau}, \quad (7.47)$$

где  $B$  – константа,  $q_{п0}$  – тепловой поток в начале нагрева.

Такая картина имеет место в РРН при нагреве с  $t_{печт} = \text{const}$ , при нагреве в противотоке, но только при условии постоянства  $\lambda$ ,  $c$  и  $\alpha$  в процессе нагрева (т.е. когда  $\lambda$ ,  $c$  и  $\alpha$  не зависят от температуры тела). Для этого случая средний тепловой поток равен

$$\bar{q}_{п} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} q_{пт} d\tau = \frac{1}{B \cdot \tau} \cdot \int_0^{\tau} q_{п0} \cdot e^{B\tau} d(B\tau) = \frac{q_{п0}(e^{B\tau} - 1)}{B \cdot \tau} = \frac{q_{пк} - q_{п0}}{B \cdot \tau}. \quad (7.48)$$

Логарифмируя (7.47), получим:  $B\tau = \ln(q_{пт}/q_{п0})$  и формула (7.48) принимает вид, аналогичный (7.46).

Когда тепловой поток в процессе нагрева в интервале  $0-\tau$  изменяется менее чем в два раза, то среднюю плотность теплового потока можно определять из условия арифметического усреднения

$$\bar{q}_{п} = (q_{п0} + q_{пк})/2. \quad (7.49)$$

При нагреве излучением в противотоке используют и среднегеометрическое усреднение [23]

$$\bar{q}_{п} = \sqrt{q_{п0} \cdot q_{пк}}. \quad (7.50)$$

Формулы (7.49) и (7.50) могут быть использованы и для расчета нагрева в "i" интервале.

### **7.2.8. Определение длительности начального инерционного периода нагрева**

Длительность  $\tau'$  определится по формуле тепловой диаграммы:

$$\tau' = \frac{R \cdot \rho \cdot \Delta i'_н}{K_1 \cdot \bar{q}'_{п}}. \quad (7.51)$$

Принимая  $c = \text{const}$ ,  $t_{x0} = \text{const} = t_{м0}$  и  $t'_c = t_{м0}$ , получим

$$\Delta i' = c \cdot \bar{t}'_м - c \cdot t_{м0} = c \cdot \left( t_{м0} + \frac{\Delta t'}{K'_3} - t_{м0} \right) = c \cdot \frac{\Delta t'}{K'_3} \quad (7.52)$$

Перепад температур в теле в конце  $\tau'$  определится по (7.38)

$$\Delta t' = \frac{q'_n \cdot R}{K'_2 \cdot \lambda}. \quad (7.53)$$

После подстановки (7.53) в (7.52) и далее в (7.51) получим

$$\tau' = \frac{R^2}{K_1 \cdot K'_2 \cdot K'_3 \cdot a} \left( \frac{q'_n}{\bar{q}'_n} \right), \quad (7.54)$$

где  $q'_n$  – плотность теплового потока в конце  $\tau'$ ;  $\bar{q}'_n$  – средняя плотность теплового потока за период  $0-\tau'$  (рис. 7.10).

При нагреве  $q_{нт} = \text{const}$  имеем

$$\tau' = \frac{R^2}{K_1 \cdot K'_2 \cdot K'_3 \cdot a}. \quad (7.55)$$

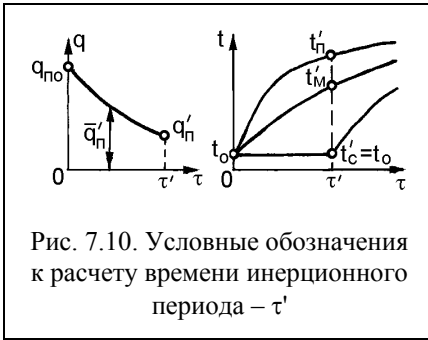
Продолжительность начального инерционного нагрева  $\tau'$  определяется значениями коэффициентов усреднения  $K'_2$  и  $K'_3$ . При распределении температур в конце  $\tau'$  по закону квадратной параболы, т.е. при мгновенном наступлении РРН после  $\tau'$ , имеем

$$\tau'_{пл} = R^2 / (6 \cdot a), \quad (7.56)$$

$$\tau'_{сц} = R^2 / (8 \cdot a), \quad (7.57)$$

$$\tau'_{сш} = R^2 / (10 \cdot a). \quad (7.58)$$

По формулам (7.56)-(7.58) весьма часто определяется время  $\tau'$  и при нагреве с  $t_{печт} = \text{const}$ , а также при любых условиях нагрева. Между тем, при больших значениях критерия Био ( $Bi = \alpha \cdot R / \lambda$ ) при нагреве  $t_{печт} = \text{const}$  согласно решениям ДУТ и представлениям в инженерной модели имеет место:  $\bar{q}'_n = 2 \cdot q'_n$ . Следовательно, при больших значениях критерия Био ( $Bi > 100$ ) время  $\tau'$  в два раза меньше времени  $\tau'$  при нагреве с  $q_{нт} = \text{const}$ . При нагреве с малыми значениями Био  $\tau'$  определяется по формуле (7.55).



### **7.2.9. Расчет глубины прогретого слоя S. Коэффициенты $K_2$ и $K_3$ в начальном инерционном периоде нагрева**

Когда  $\tau < \tau'$ , теплота проникнет на глубину  $S < R$  (см. рис. 7.5), которая определится из (7.54) с заменой R на S. При нагреве  $q_{\text{пр}} = \text{const}$  имеем

$$S = \sqrt{K_{1S} \cdot K_{2S} \cdot K_{3S} \cdot a \cdot \tau}, \quad (7.59)$$

где  $K_{1S}$  – коэффициент массовой нагрузки для прогретого слоя S,  $K_{2S}$  – коэффициент усреднения тепловых потоков для прогретого слоя S;  $K_{3S}$  – коэффициент усреднения температур для прогретого слоя S;  $\tau < \tau'$ .

Сложность расчета по (7.59) связана с тем, что в процессе нагрева изменяется теплотехническая форма тела и, соответственно, изменяются коэффициенты  $K_{1S}$  и  $K_{3S}$ .

Когда  $\tau$  весьма мало, то глубина S также невелика. Поверхностный тонкий слой при нагреве цилиндра или шара представляет собой, соответственно, полый цилиндр или полый шар. С теплотехнической точки зрения слой с небольшой толщиной S представляет пластину. Следовательно  $K_{1S0} = K_{1\text{пл}} = 1$ .

В прогретом слое S распределение температур практически отвечает распределению температур в конце  $\tau'$ . При распределении температур в слое S по закону квадратной параболы имеем:  $K_{3S0} = K_{3\text{пл}} = 3$ .

Таким образом, в начальном инерционном периоде нагрева коэффициент массовой нагрузки изменяется от 1 до  $K_{2\text{сц}} = 2$  и  $K_{1\text{сш}} = 3$ , а коэффициент усреднения температур при распределении температур по закону квадратной параболы от 3 до  $K_{3\text{сц}}^{\text{п}} = 2$  и  $K_{3\text{сш}}^{\text{п}} = 1,67$ .

У пластины теплотехническая форма не изменяется в процессе нагрева, т.е. она соответствует геометрической форме. Тогда  $K_{1S} = \text{const} = 1$ ,  $K_{3S} = \text{const} = 3$  и S напрямую определится из решения (7.55).

### **7.2.10. Изменение температуры поверхности тела в начальном инерционном периоде нагрева.**

#### **Скорость нагрева поверхностного слоя при $\tau \rightarrow 0$**

Перепад температур в прогретом слое S определится по (7.38) с заменой R на S

$$\Delta t_s = \frac{q_{\text{пр}} \cdot S}{K_{2S} \cdot \lambda}. \quad (7.60)$$

Подставляя (7.59) в (7.60), получим

$$\Delta t_s = \frac{q_{пт} \cdot \sqrt{K_{2S} \cdot K_{3S} \cdot a \cdot \tau}}{K_{2S} \cdot \lambda} = \frac{q_{пт}}{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \sqrt{\frac{K_{3S} \cdot \tau}{K_{2S}}} \quad (7.61)$$

Учитывая, что при  $t_{x0} = \text{const} = \bar{t}_{m0}$  температура на подвижной границе S равна  $\bar{t}_{m0}$ , окончательно имеем

$$t_{пт} = \bar{t}_{m0} + \frac{q_{пт}}{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \sqrt{\frac{K_{3S}}{K_{2S}}} \cdot \tau \quad (7.62)$$

Выражение (7.62) по форме записи абсолютно совпадает с решением ДУТ для нагрева полубесконечного тела. Отличие классического решения от решения (7.62), полученного с использованием представлений И.Д. Семикина в инженерной модели, заключается лишь в небольшом различии постоянных величин.

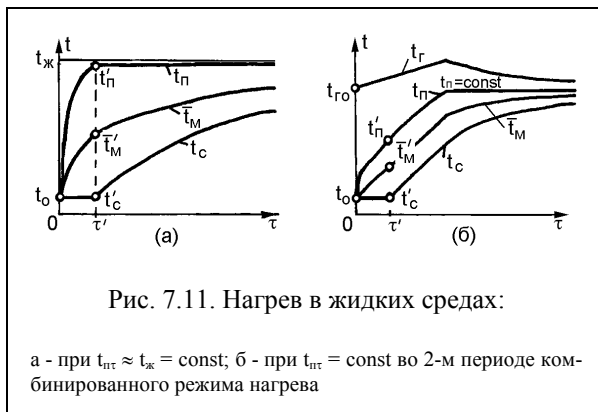
Дифференцируя (7.62) по  $\tau$ , получим

$$C_{пт\tau} = \frac{dt_{пт}}{d\tau} = \frac{q_{пт}}{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \sqrt{\frac{K_{3S}}{K_{2S}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \quad (7.63)$$

Когда  $\tau \rightarrow 0$ , то  $C_{пт\tau} \rightarrow \infty$ . Эта истина пока еще не оценена по достоинству в теории теплопроводности. С возрастанием  $\tau$  скорость нагрева поверхностного слоя уменьшается и температура на поверхности тела в течение  $\tau'$  изменяется по выпуклой кривой.

### 7.2.11. Нагрев в жидких средах

В процессах термообработки весьма часто встречается нагрев (охлаждение) материала в жидких средах. Коэффициент теплоотдачи конвекцией в жидких средах достигает больших значений –  $\alpha_{жж} > 1000 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ . Реальная картина процесса изображена на рис. 7.11а. В течение  $\tau'$  температура на поверхности тела  $t_{п}$  практически достигает температуры жидко-



сти  $t_{ж}$ . В РРН процесс проходит при  $t_{пт} = \text{const} \approx t_{ж}$ .

Для упрощения математического описания при нагреве тел в жидкой среде делается допущение, что при  $t_{x0} = \text{const} = t_0$  температура на поверхности тела при  $\tau = 0$  мгновенно изменяется от  $t_0$  до  $t_{ж}$ . Однако скачок температуры на поверхности тела возможен лишь при бесконечном тепловом потоке  $q_{п0} = \infty$ . Это утверждение вытекает из формулы для  $\Delta t_s$

$$q_{пт} = \frac{K_{2S} \cdot \lambda \cdot \Delta t_s}{S}. \quad (7.64)$$

Когда  $\tau \rightarrow 0$ ,  $S \rightarrow 0$  и  $q_{п0} \rightarrow \infty$ .

Бесконечная плотность теплового потока формально получается при  $\alpha_{кж} \rightarrow \infty$ , т.к.  $q_{п0} = \alpha_{кж} \cdot (t_{ж} - t_{п0})$ . Следовательно, в реальном печном нагреве, когда величина  $\alpha$  заведомо ограничена, нагрев при  $t_{пт} = \text{const}$  со скачком температуры на поверхности тела невозможен. В практике нагрев при  $t_{пт} = \text{const}$  имеет место, когда заданная температура  $t_{п}$  была достигнута в предшествующем нагреве при других граничных условиях, например, при нагреве с  $q_{пт} = \text{const}$  (см. рис. 7.11б). В этом процессе нагрева, который называют выдержкой, из-за уменьшения  $\Delta t$  плотность теплового потока во втором периоде нагрева со временем постепенно уменьшается.

### **7.2.12. Расчет нагрева "тонких" тел по аналитическим решениям**

Теплотехническими "тонкими" телами можно считать тела, у которых на протяжении всего процесса нагрева перепад температур  $\Delta t_{\tau}$  практически равен нулю. Такая картина наблюдается при нагреве труб в секционных печах, при нагреве заготовок с небольшой толщиной в методических печах.

Дифференциальным уравнением теплопроводности для тонких тел является уравнение для массовой скорости нагрева. Поскольку для тонкого тела имеет место  $t_{пт}^T \approx t_{с\tau}^T \approx t_{м\tau}^T \approx t_{х\tau}^T$ , то уравнение для массовой скорости нагрева справедливо для любой точки тела. Индекс "т" говорит о тонком теле. Для тонкого тела инерционное время нагрева  $\tau^I$  практически равно нулю.

При нагреве тонкого тела в печи с постоянной температурой и постоянным значением  $\alpha$  имеем

$$\frac{dt_{\tau}^T}{d\tau} = \frac{q_{пт} \cdot K_1}{R \cdot \rho \cdot c} = \frac{\alpha \cdot (t_{печ} - t_{\tau}^T) \cdot K_1}{R \cdot \rho \cdot c}. \quad (7.65)$$

Разделяя переменные в (7.65), после интегрирования, получим

$$\tau = \frac{R \cdot \rho \cdot c}{K_1 \cdot \alpha} \cdot \ln \frac{t_{\text{печ}} - t_0^T}{t_{\text{печ}} - t_\tau^T}, \quad (7.66)$$

где  $t_0^T$  – температура тонкого тела в начале процесса нагрева. Из (7.66) следует

$$t_\tau^T = t_{\text{печ}} - (t_{\text{печ}} - t_0^T) \cdot e^{-\frac{K_1 \cdot \alpha}{R \cdot \rho \cdot c} \cdot \tau}. \quad (7.67)$$

Умножая на  $\alpha$ , получим

$$q_{\text{пт}} = q_{\text{п0}} \cdot e^{-\frac{K_1 \cdot \alpha}{R \cdot \rho \cdot c} \cdot \tau}. \quad (7.68)$$

Таким образом, тепловой поток в процессе нагрева при  $t_{\text{печт}} = \text{const}$  и  $\alpha_\tau = \text{const}$  изменяется по закону экспоненты. Аналогичная картина имеет место и для РРН массивных тел, когда  $\Delta t_\tau \gg 0$ .

При нагреве тел излучением, что присуще металлургическим печам с высокой температурой, коэффициент теплоотдачи излучением, согласно (6.10), возрастает в процессе нагрева. Используя закон Стефана-Больцмана, уравнение (7.65) принимает вид

$$\frac{dT_\tau}{d\tau} = \frac{q_{\text{пт}} \cdot K_1}{R \cdot \rho \cdot c} = \frac{C_{\text{л}} \cdot (T_{\text{печ}}^4 - T_\tau^4) \cdot K_1}{100^4 \cdot R \cdot \rho \cdot c}. \quad (7.69)$$

Здесь для упрощения записи индекс "т" при  $t$  опущен. После разделения переменных в (7.69) и интегрирования получим

$$\tau = \frac{R \cdot \rho \cdot c \cdot 100^4}{K_1 \cdot C_{\text{л}} \cdot T_{\text{печ}}^3} \cdot [\varphi(\theta) - \varphi(\theta_0)], \quad (7.70)$$

где  $\theta = T / T_{\text{печ}}$ ,  $\theta_0 = T_0 / T_{\text{печ}}$ .

Функция  $\varphi(\theta)$  имеет вид

$$\varphi(\theta) = \frac{1}{4} \cdot \ln \frac{1+\theta}{1-\theta} + \frac{1}{2} \cdot \arctg \theta. \quad (7.71)$$

При нагреве массивных тел излучением аналитические решения ДУТ отсутствуют, а решения для тонких тел могут быть известны. Продолжительность нагрева массивного тела приближенно может быть определена по решениям для тонких тел с поправкой на массивность

$$\tau^M = m \cdot \tau^T, \quad (7.72)$$



где  $m$  – коэффициент массивности

$$m = \frac{t_{\text{печ}} - \bar{t}_m}{t_{\text{печ}} - t_n} = 1 + \frac{K_3 - 1}{K_3 \cdot K_2} Bi, \quad (7.73)$$

где  $Bi = \alpha \cdot R / \lambda$  (7.74)

– критерий Био.  $Bi < 0,25$  соответствует нагреву тонких тел. Максимальная массивность тела – при  $Bi = \infty$ .

### 7.2.13. Учет изменяемости $\alpha$ , $\lambda$ , $c$ в процессе нагрева

Сначала определим продолжительность нагрева "тонких" тел при режиме  $t_{\text{печ}} = \text{const}$  и при линейном изменении коэффициента теплоотдачи в процессе нагрева

$$\alpha_\tau = \alpha_0 + b \cdot \tau. \quad (7.75)$$

Следовательно

$$q_{\text{пг}} = (\alpha_0 + b \cdot \tau) \cdot (t_{\text{печ}} - t_\tau). \quad (7.76)$$

Подставляя (7.76) в (7.65), получим

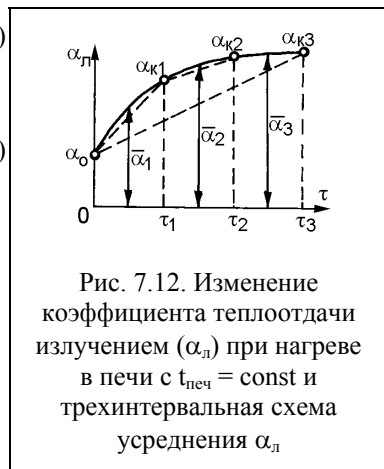
$$(\alpha_0 + b \cdot \tau) \cdot d\tau = \frac{R \cdot \rho \cdot c}{K_1} \cdot \frac{dt}{(t_{\text{печ}} - t_\tau)}. \quad (7.77)$$

После интегрирования и преобразований получим

$$\tau = \frac{R \cdot \rho \cdot c}{K_1 \cdot \alpha_{\text{ср}}} \cdot \ln \frac{t_{\text{печ}} - t_0}{t_{\text{печ}} - t_\tau}, \quad (7.78)$$

где  $\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_0 + \alpha_\tau}{2}$ . (7.79)

Реальная картина для  $\alpha_\tau = f(\tau)$  при нагреве излучением при  $t_{\text{печ}} = \text{const}$  представлена на рис. 7.12: истинная кривая  $\alpha_\tau = f(\tau)$  находится над пунктирной прямой. По этой причине процесс нагрева массивных тел для достоверного расчета  $\tau$  разбивают на ряд интервалов по температуре поверхности тела. По И.Д. Семикину достаточное число интер-



валов равно трем. Если положить  $t_{пк1} = 0,8 \cdot t_{пк3}$ ,  $t_{пк2} = 0,95 t_{пк3}$ , то  $\tau_1 \approx \tau_2 \approx \tau_3$ .

В первом интервале (рис. 7.12)  $\alpha_{\tau 1}$  находится над прямой  $\alpha_{\tau} = \alpha_0 + b_1 \cdot \tau$  и  $\alpha_{ср1} > (\alpha_0 + \alpha_{к1}) / 2$ . Во втором и особенно в третьем интервалах  $\alpha$  изменяется практически линейно. Для этих интервалов расчет по решению (7.78) даст практически одинаковый результат с расчетом по аналитическому решению (7.70) при нагреве тел излучением.

Разбивка на интервалы при расчетах процесса нагрева массивных тел попутно позволяет учесть и изменение  $\lambda$  и  $c$  от температуры. ДУТ в виде (7.1) получено из условия постоянства  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $c$ . Следовательно, в решениях ДУТ для каждого интервала нужно использовать средние значения  $\alpha_{срi}$ ,  $\lambda_{срi}$  и  $c_{срi}$ .

#### **7.2.14. Уточненные диаграммы процесса нагрева**

Диаграммы, приведенные на рис. 7.7, построены согласно допущению, что РРН начинается после окончания инерционного периода нагрева  $\tau'$ . При нагреве постоянным тепловым потоком в РРН скорость нагрева во всех точках тела одинакова, вследствие чего распределение температур в теле отвечает закону квадратной параболы.

Но в конце  $\tau'$  скорость нагрева для всех точек тела неодинакова, поскольку для середины тела она до  $\tau < \tau'$  заведомо равна нулю. Следовательно, распределение температур в момент  $\tau'$  не будет подчиняться закону квадратной параболы. По этой причине в процессе нагрева можно выделить не две, а три стадии нагрева: 1) начальный инерционный период нагрева; 2) переходный период от  $\tau'$  к регулярному режиму нагрева с продолжительностью  $\Delta\tau = \tau'' - \tau'$ , где  $\tau''$  – время наступления РРН; 3) регулярный режим нагрева РРН, в котором характер распределения температур и коэффициенты  $K_2$  и  $K_3$  не изменяются во времени.

Согласно решениям ДУТ температурное поле в момент  $\tau'$  практически отвечает закону кубической параболы [24]

$$t'_x = t'_c + \Delta t' \cdot \left( \frac{x}{R} \right)^3 \quad (7.80)$$

при любых условиях нагрева. Тогда из (7.18) следует:  $K'_{3пл} = 4$ ,  $K'_{3сц} = 2,5$ ,  $K'_{3сн} = 2$ . Из закона Фурье  $q_x = \lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial x}$ , формулы Семикина  $\Delta t' = \frac{q_n \cdot R}{K'_2 \cdot \lambda}$  и

формулы (7.80) следует  $K'_2 = 3$ . Инерционное время нагрева, рассчитанное по решению (7.55) с использованием новых значений для  $K'_2$  и  $K'_3$  примерно в два раза меньше  $\tau'$ , определенному с использованием  $K_2$  и  $K_3$  для квадратной параболы. Такая трактовка  $\tau'$  отвечает практическим данным.

Уточненное представление о температурном поле в конце  $\tau'$  приводит к новому результату относительно скорости нагрева для середины тела: она непрерывно возрастает в течение переходного периода нагрева. Уточненные температурные и скоростная диаграммы для важнейших режимов нагрева, практически отвечающие решениям ДУТ, представлены на рис. 7.13.

### 7.3. Решения ДУТ для важнейших режимов нагрева

В печах камерного типа с периодической загрузкой и выгрузкой (нагревательные колодцы) в начале процесса

нагрев происходит при постоянной тепловой мощности  $M_{0\tau} = \text{const}$  ("тепловая мощность – количество теплоты, выделяющееся в печи при сжигании топлива в единицу времени"). Учитывая небольшое изменение теплового потока на поверхности тела с известным приближением [23] можно считать, что нагрев при  $M_{0\tau} = \text{const}$  проходит при постоянном тепловом потоке. Как показано в предыдущем разделе 7.2, режим нагрева при  $q_{\text{пт}} = \text{const}$  имеет большое значение и для теории, так как познание закономерностей процесса нагрева с изменяющимся тепловым потоком на поверхности тела связано лишь с познанием отклонений от закономерностей нагрева при постоянном тепловом потоке.

Решение ДУТ для симметричного нагрева тел простой геометрической формы при начальном условии  $t_{x0} = \text{const} = \bar{t}_{m0}$  имеет вид

$$t_{x\tau} = \bar{t}_{m0} + \frac{q_n \cdot R}{2 \cdot \lambda} \cdot \left[ 2 \cdot K_1 \cdot Fo + X^2 - \frac{1}{K_3^n} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot K_{nx} \cdot e^{-\delta_n^2 \cdot Fo} \right], \quad (7.81)$$

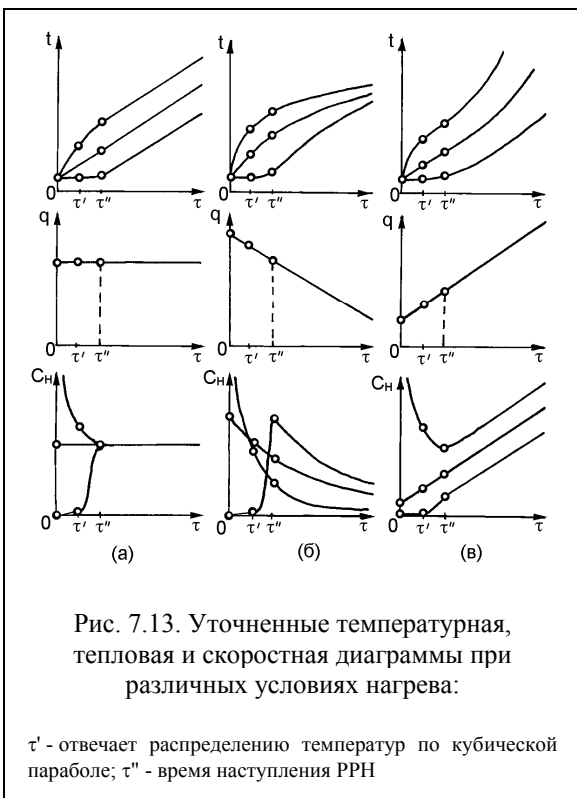


Рис. 7.13. Уточненные температурная, тепловая и скоростная диаграммы при различных условиях нагрева:

$\tau'$  - отвечает распределению температур по кубической параболе;  $\tau''$  - время наступления РРН

где

– для пластины:  $K_{1пл} = 1$ ;  $K_{3пл}^n = 3$ ;  $K_{nx}^{пл} = \cos(\delta_n \cdot X)$ ;  $X = \frac{x}{R}$ ;

$$A_n^{пл} = \frac{4 \cdot (-1)^{n+1}}{\delta_n^2}; \delta_n = n \cdot \pi, \text{ при } n = 1, 2, 3, \dots \infty; Fo = \frac{a \cdot \tau}{R^2} - \text{критерий Фурье (безразмерное время процесса); } R - \text{половина толщины пластины;}$$

– для сплошного бесконечного цилиндра:  $K_{1ц} = 2$ ,  $K_{3ц}^n = 2$ ,  $K_{nx}^{ц} = I_0(\delta_n \cdot X)$ ;  $I_0(\delta_n)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка,  $\delta_n$  – корни характеристического уравнения  $I_1(\delta_n) = 0$ ;  $I_1(\delta_n)$  – функция Бесселя первого рода первого порядка,  $R$  – радиус цилиндра.

Нагрев при постоянной температуре печи  $t_{печт} = \text{const}$  также является важнейшим режимом как для практики, так и для теории. Математическое описание процесса нагрева приведено во всех учебниках. Этот режим имеет место буквально во всех печах – по крайней мере в конце комбинированного режима нагрева, когда температуры во всех точках тела приближаются к заданной температуре на поверхности тела  $t_{пк}$  или к среднemasсовой температуре  $\bar{t}_{мк}$ .

Решения ДУТ для симметричного нагрева тел простой геометрической формы при  $t_{x0} = \text{const} = t_0$  для этого важнейшего режима имеют вид

$$t_{x\tau} = t_{печ} - (t_{печ} - t_0) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot K_{nx} \cdot e^{-\delta_n^2 \cdot Fo}, \quad (7.82)$$

где

– для пластины:  $A_n = \frac{2 \cdot \sin \delta_n}{\delta_n + \sin \delta_n \cdot \cos \delta_n}$ ;  $\delta_n$  – корни характеристического уравнения  $\text{ctg } \delta_n = \delta_n / Bi$ ;  $Bi = \alpha \cdot R / \lambda$  – критерий Био;  $R$  – половины толщины;

– для сплошного цилиндра:  $\delta_n$  – корни характеристического уравнения  $\frac{I_0(\delta_n)}{I_1(\delta_n)} = \frac{\delta_n}{Bi}$ ;  $A_n = \frac{2 \cdot I_1(\delta_n)}{I_0^2(\delta_n) + I_1^2(\delta_n)}$ ;  $K_{nx}^{ц} = I_0(\delta_n \cdot X)$ ;  $R$  – радиус цилиндра.

Решения ДУТ (7.81) и (7.82) представлены в научной литературе и в учебниках в виде графиков и таблиц, что облегчает проведение расчетов. Следует отметить схожесть решений ДУТ для пластины и цилиндра. Решения (7.81) и (7.82) справедливы и для процесса охлаждения.

Решения ДУТ для нагрева в противотоке получены из условия  $\alpha_{\tau} = \text{const}$ . Однако, для реального нагрева излучением в методической зоне ме-

тодических печей решения описывают процесс нагрева с большой погрешностью.

Учет изменения " $\lambda$ " и " $c$ " по ходу процесса нагрева (охлаждения) усложняет дифференциальные уравнения теплопроводности. Эти уравнения в наше время решаются методом конечных разностей с использованием ЭВМ.

Важно отметить: симметричный нагрев имеет место, когда начальное распределение температур симметрично относительно середины тела.

## Глава 8. Конвективный теплообмен

### 8.1. Закон Ньютона

Различают свободное (или естественное) и вынужденное (или принудительное) движение газов. Свободное движение наблюдается, например, у разогретой огнеупорной кладки печей, хотя воздух в цехе считается неподвижной средой. Свободное движение возникает при наличии разности плотностей в газовой среде. Оно обязано превышению архимедовой выталкивающей силы над силой тяжести. Толщина движущегося слоя весьма мала. Вынужденное движение вызывается внешними силами: давлением вентиляторов, газодувок, разрежением дымовой трубы или дымососа.

Под конвекцией понимается перемещение массы газа турбулентными вихрями поперек потока или перемещение макрообъемов в неподвижной среде. Но вместе с конвекцией массы происходит и конвекция теплоты, поскольку вихри, перемещаясь из области с одной температурой в область с другой температурой, переносят с собой и теплоту. Конвекция массы и теплоты способствует выравниванию скоростей и температур по сечению турбулентного потока. Конвективный перенос теплоты сопровождается теплопроводностью.

Для практических задач основной интерес представляет не сколь сам процесс переноса теплоты конвекцией, сколь процесс теплообмена между движущимся потоком газа (жидкостью) и поверхностью твердого тела, в результате которого поток охлаждается (или нагревается).

Процесс теплообмена между потоком газа и твердой поверхностью называют конвективной теплоотдачей.

Плотность теплового потока от газа к твердой поверхности (или наоборот, от твердой поверхности к потоку газа) определяется по закону Ньютона

$$q_k = \alpha_k \cdot (\bar{t}_r \pm t_{пт}) \text{ [Вт/м}^2\text{]}, \quad (8.1)$$

где  $\alpha_k$  [Вт/(м<sup>2</sup>·К)] – коэффициент теплоотдачи конвекцией;  $\bar{t}_r$  – средняя температура в сечении потока;  $t_{пт}$  – температура твердой поверхности.

Коэффициент теплоотдачи конвекцией  $\alpha_k$  представляет энергию, которую газ отдает (или забирает) единице твердой поверхности в единицу времени при разности температур ( $t_r - t_{пт}$ ) в один градус.

Как уже отмечалось, знание конвективного теплообмена внутри самого потока газа (или жидкости) может представлять лишь косвенный интерес, хотя характер переноса теплоты внутри потока отражается на конвективной теплоотдаче и на коэффициенте теплоотдачи конвекцией  $\alpha_k$ .

Вся сложность механизма переноса теплоты от потока газа к поверхности твердого тела скрыта в коэффициенте теплоотдачи  $\alpha_k$ , который, как правило, определяется экспериментальным путем. Величина  $\alpha_k$  зависит от большого количества факторов: от формы и размеров обтекаемой поверхности, режима движения, температуры потока, физических параметров потока, от природы возникновения движения. Но самое сильное влияние на  $\alpha_k$  оказывает скорость потока.

В теории конвективной теплоотдачи широко используются представления об образовании гидродинамического ламинарного пограничного слоя с толщиной  $\delta_l$  при омывании потоком плоской поверхности, и о наличии ламинарного пограничного подслоя с толщиной  $\delta_l^T$  в турбулентном пограничном слое.

Наряду с гидродинамическим пограничным слоем образуется и тепловой пограничный слой Кружилина с толщиной  $K_T$ , в котором температура изменяется от  $t_\delta = t_0$  на границе теплового слоя до температуры стенки  $t_{ст}^r = t_{ст}$  (второе условие прилипания). Для газов имеет место:  $K_T = \delta_l$  и  $K_T^T = \delta_l^T$ , где  $\delta_l$  и  $\delta_l^T$  – толщина ламинарного слоя и ламинарного подслоя в турбулентном гидродинамическом пограничном слое. Следовательно, теплота в ламинарных пограничных слоях передается от потока к стенке путем теплопроводности, а в турбулентном пограничном слое переносится турбулентными вихрями.

## 8.2. Система дифференциальных уравнений для описания конвективного теплообмена

Согласно закону Фурье при теплопередаче теплопроводностью в ламинарном слое и в ламинарном подслое турбулентного гидродинамического пограничного слоя в потоке с бесконечной толщиной, для которого  $\partial t / \partial z = 0$ , имеем

$$q_x^{тп} = \pm \lambda^r \cdot \left. \frac{\partial t_y}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (8.2)$$

где индекс "х" говорит о расстоянии от входа потока на плоскость (ось х); индекс "тп" – о твердой поверхности.

Для пограничных слоев начало координат по оси "у" рационально разместить на стенке ( $y = 0$ ).

Закон Ньютона при теплопередаче конвекцией в ламинарном и в турбулентном пограничном слое выражается в виде

$$q_x = \alpha_{кх} \cdot (\pm t_{r0} \mp t_{стх}), \quad (8.3)$$

где  $t_{r0}$  – температура газа при входе на плоскость и на внешней границе пограничного слоя.

При теплопередаче в круглом канале температура потока и температура стенки изменяются по длине канала. Для симметричного температурного поля начало координат выбирается на оси потока. Тогда величина местного коэффициента теплоотдачи  $\alpha_k$  не зависит от положения точки на поверхности канала. Следовательно, для модуля теплового потока имеем:

$$q_x^{\text{тп}} = \pm \lambda^r \cdot \left. \frac{\partial t_r}{\partial r} \right|_{r=R}, \quad (8.4)$$

$$q_x = \alpha_{\text{кх}} \cdot (\mp \bar{t}_{\text{гх}} \pm t_{\text{Рх}}), \quad (8.5)$$

где  $\bar{t}_{\text{гх}}$  – средняя температура потока на расстоянии "х" от входа потока в канал;  $t_{\text{Рх}}$  – температура на поверхности канала;  $t_r = f(r)$ ;  $r$  – текущий радиус канала.

Из (8.2) и (8.3), приравнявая тепловые потоки, получим уравнение теплоотдачи для пограничного слоя

$$\alpha_{\text{кх}} = \frac{\lambda^r}{(t_{r0} - t_{\text{стх}})} \cdot \left. \frac{\partial t_y}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (8.6)$$

а из (8.4) и (8.5) – уравнение теплоотдачи при симметричном движении и теплообмене в круглом канале

$$\alpha_{\text{кх}} = - \frac{\lambda^r}{(\bar{t}_{\text{гх}} - t_{\text{Рх}})} \left. \frac{\partial t_r}{\partial r} \right|_{r=R}. \quad (8.7)$$

В общем случае при трехмерном движении для расчета  $\alpha_k$  нужно знание температурного градиента  $\left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0}$ , где  $n$  – нормаль к поверхности стенки. Этот температурный градиент может быть определен из решения для температурного поля через проекции  $\frac{\partial t}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial t}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial t}{\partial z}$ .

В свою очередь, температурное поле для несжимаемого газа определяется из уравнения Фурье-Кирхгофа (уравнения энергии)

$$\frac{Dt}{dt} = a^r \cdot \Delta^2 t, \quad (8.8)$$

где



$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + W_x \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial t}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial t}{\partial z}, \quad (8.9)$$

$$\Delta^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}. \quad (8.10)$$

В уравнении Фурье-Кирхгофа содержатся 4 неизвестные величины: температура  $t = f(x, y, z)$  и три проекции абсолютной скорости  $W_x$ ,  $W_y$  и  $W_z$ , которые также являются функцией координат.

Скоростное поле в потоке для несжимаемой жидкости определяется из уравнений Навье-Стокса (уравнений движения) (см. раздел 2.5.3):

$$\rho \cdot \frac{DW_x}{d\tau} = \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_x, \quad (8.11)$$

$$\rho \cdot \frac{DW_y}{d\tau} = \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_y, \quad (8.12)$$

$$\rho \cdot \frac{DW_z}{d\tau} = \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \eta_{\text{л}} \cdot \Delta^2 W_z. \quad (8.13)$$

В четырех уравнениях содержится 5 неизвестных (добавилось неизвестное поле давлений  $P = f(x, y, z)$  в потоке). Для замыкаемости системы уравнений используется уравнение неразрывности, которое для несжимаемого газа имеет вид

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0. \quad (8.14)$$

### 8.3. Уравнения конвективного теплообмена в безразмерном виде. Критериальные уравнения для расчета $\alpha_k$

Решить систему дифференциальных уравнений (8.8), (8.11) - (8.14) в частных производных, т. е. найти конкретные выражения для температуры, скорости, давления без каких-либо допущений практически невозможно (особенно для турбулентного течения).

Лишь для ламинарного пограничного слоя у горизонтальной поверхности система уравнений конвективного теплообмена значительно упрощается путем отбрасывания слагаемых, не играющих большой роли в процессе движения и теплообмена.

Но решение даже упрощенной системы уравнений в частных производных сама по себе сложнейшая математическая операция (см. раздел по теории нагрева, в котором решается лишь одно более простое уравнение Фурье).

Основной целью приведения в ознакомительном курсе по теплотехнике системы дифференциальных уравнений для описания конвективного теплообмена должно быть приведение этих уравнений к безразмерному виду с целью получения критериев (чисел) подобия.

Однако операция приведения уравнений конвективного теплообмена к безразмерному (критериальному) виду не такая уж простая операция (как может показаться на первый взгляд) и требует больших затрат времени.

Для вынужденной конвекции из уравнения Фурье-Кирхгофа в безразмерном виде

$$\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \left[ W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W_z^{\delta/p} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right] = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \quad (8.15)$$

весьма просто вытекают выражения для критерия Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{W \cdot L_0}{\nu_r} \quad (8.16)$$

и критерия Прандтля

$$\text{Pr} = \frac{\nu_r}{a_r} \quad (8.17)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$X = x / L_0; Y = y / L_0; Z = z / L_0 \quad (8.18)$$

– безразмерные координаты;  $L_0$  – характерный размер тела (для пограничного слоя – расстояние от начала плоскости вдоль потока, а для цилиндрического потока – диаметр);

$$W_x^{\delta/p} = \frac{W_x}{W_0}; W_y^{\delta/p} = \frac{W_y}{W_0}; W_z^{\delta/p} = \frac{W_z}{W_0} \quad (8.19)$$

– безразмерные (относительные) скорости;  $W_0$  – характерная скорость в потоке (для пограничного слоя – скорость при входе на плоскость, а для цилиндрического потока – среднерасходная скорость по сечению);

$$\theta = \frac{t_r - t_{r0}}{t_{r0} - t_{cr0}} \quad (8.20)$$

– безразмерная температура;  $t_{r0}$ ,  $t_{cr0}$  – температуры газа и стенки (для пограничного слоя – температуры газа и стенки при входе потока на плоскость, а для цилиндрического потока – средние температуры газа и стенки по сечению потока).

Для свободной конвекции у вертикальной пластины ( $\partial\theta/\partial z = 0$ )

$$\text{Pr} \cdot \left[ W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial Y} \right] = \frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}. \quad (8.21)$$

Безразмерные скорости для свободной конвекции, которые можно трактовать и как критерии Рейнольдса

$$W_x^{\delta/p} = \frac{W_x \cdot L_0}{\nu} = \text{Re}_X; \quad W_y^{\delta/p} = \frac{W_y \cdot L_0}{\nu} = \text{Re}_Y. \quad (8.22)$$

Для вынужденной конвекции критерий Рейнольдса является определяющим критерием, поскольку характерная скорость  $W_0$  известна. Для свободной конвекции  $\text{Re}_X$  и  $\text{Re}_Y$  являются определяемыми критериями, поскольку скорости  $W_x$  и  $W_y$  неизвестны и подлежат определению.

Критерий Грасгофа без затруднений (на что мы обращаем особое внимание) выводится при приведении уравнения Навье-Стокса к безразмерному виду лишь для свободной конвекции в неограниченном объеме, когда на любой объем газа с различной температурой  $t_r$  действует одна и та же архимедова выталкивающая сила. В канале же на каждый элементарный объем действует разная выталкивающая сила, что обычно не учитывается в расчетах свободной конвекции в каналах.

Одно из безразмерных уравнений Навье-Стокса для свободной конвекции у вертикальной пластины, имеет вид

$$W_x^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial X} + W_y^{\delta/p} \cdot \frac{\partial W_x^{\delta/p}}{\partial Y} = \text{Gr} \cdot \theta + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x^{\delta/p}}{\partial Y^2}, \quad (8.23)$$

где

$$\theta = \frac{t_r - t_{r0}}{t_{cr} - t_{r0}}; \quad (8.24)$$

– безразмерная температура;  $t_{r0}$  – температура газа вдали от стенки;

$$\text{Gr} = \frac{\Delta t_{cr} \cdot g \cdot \beta \cdot L_0}{\nu^2} \quad (8.25)$$

– критерий Грасгофа;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\Delta t_{cr} = t_{r0} - t_{cr}$ .

По температуре  $t_{r0}$  определяется плотность газа вдали от стенки  $\rho_{r0}$ , которая определяет выталкивающую архимедову силу  $G_{арх} = V \cdot \rho_{r0} \cdot g$ . Температуру  $t_{r0}$  можно назвать архимедовой температурой, а  $\rho_{r0}$  – архимедовой плотностью.

Коэффициент теплоотдачи конвекцией, как правило, определяется экспериментальным путем. Чтобы распространить результаты эксперимента на все случаи в практике (на другие жидкости, газы и т.д.), их для интенсивного турбулентного течения, когда влиянием свободной конвекции на теплообмен можно пренебречь, оформляют в виде

$$Nu = C \cdot Re^n \cdot Pr^m, \quad (8.26)$$

где

$$Nu = \frac{\alpha_k \cdot L_0}{\lambda_\Gamma} \quad (8.27)$$

– критерий Нуссельта;  $C$ ,  $n$ ,  $m$  – коэффициенты, определяемые из эксперимента.

Для свободной конвекции результаты эксперимента оформляются в виде

$$Nu = C \cdot Gr^n \cdot Pr^m, \quad (8.28)$$

где  $C$ ,  $n$ ,  $m$  – коэффициенты, определяемые из эксперимента.

Для смешанной конвекции критериальное уравнение имеет вид

$$Nu = C \cdot Re^n \cdot Gr^m \cdot Pr^p, \quad (8.29)$$

где  $C$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $p$  – коэффициенты, определяемые из эксперимента.

#### **8.4. Уравнения конвективного теплообмена для ламинарного пограничного слоя**

Для ламинарного пограничного слоя с  $W_z = 0$  в уравнении энергии можно пренебречь величиной  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ , а в уравнении движения величиной  $\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2}$ , поскольку конвективный перенос теплоты и количества движения в направлении оси  $x$  намного меньше турбулентного переноса в направлении оси  $y$ .

Следовательно, для установившегося безградиентного течения, т.е. когда  $\frac{\partial W_x}{\partial \tau} = \frac{\partial W_y}{\partial \tau} = 0$ ,  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$  и  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ , и без учета свободной конвекции уравнения конвективного теплообмена для ламинарного пограничного слоя принимают вид:

$$W_x \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}, \quad (8.30)$$

$$W_x \cdot \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W_x}{\partial y} = \mu \cdot \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2}, \quad (8.31)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \quad (8.32)$$

Систему уравнений (8.30-8.32) впервые решил Е. Польгаузен. Из-за сложности решение не приводится.

### 8.5. Интегральные уравнения для ламинарного пограничного слоя

Для описания процесса теплообмена в пограничном слое используются интегро–дифференциальное уравнение Кармана для гидродинамического пограничного слоя в виде

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_x} W_x \cdot (W_0 - W_x) \cdot dy = \frac{\tau_{cr}}{\rho_r} \quad (8.33)$$

и интегро–дифференциальное уравнение Кружилина для теплового пограничного слоя в виде

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} W_x \cdot (t_0 - t) \cdot dy = - \frac{q_{cr}}{\rho_r \cdot c}, \quad (8.34)$$

где  $\tau_{cr}$  – касательное напряжение на стенке; " $\rho$ " и " $c$ " – плотность и удельная теплоемкость газа.

Если задаться распределением скоростей и температур в пограничном слое (используя, например, экспериментальные данные) и считать, что поля температур и скоростей подобны при различной толщине теплового пограничного слоя  $K_t$ , то расчет конвективной теплоотдачи сведется только к

взятию интегралов в (8.33) и (8.34), что, несомненно, является более простой операцией, чем решение системы уравнений (8.30)-(8.32).

Температурное поле в тепловом пограничном слое также отвечает закону кубической параболы, аналогичном распределению скорости по сечению ламинарного пограничного слоя

$$\frac{t_y - t_0}{t_{ст} - t_0} = 1,5 \left( \frac{y}{K_T} \right) - 0,5 \left( \frac{y}{K_T} \right)^3. \quad (8.35)$$

Из (8.34) при условии (8.35) следует

$$\frac{K_T}{\delta_{л}} = \frac{1}{\sqrt[3]{Pr}}, \quad (8.36)$$

где  $Pr = \nu^r/a^r$  – критерий Прандтля.

Дифференцируя (8.35) по "y" и подставляя производную  $\partial t/\partial y$  в (8.6), получим

$$\alpha_{кк} = 1,5 \cdot \frac{\lambda^r}{K_T}. \quad (8.37)$$

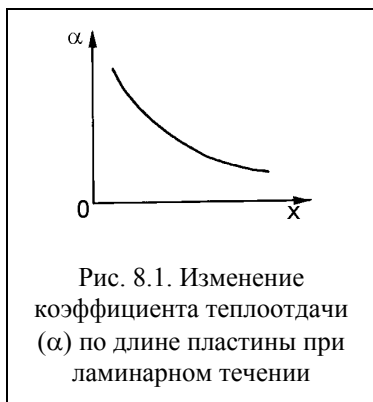
Подставляя в (8.37) значение  $K_T$  из (8.36), получим критериальное уравнение для расчета  $\alpha_{кк}$

$$Nu_x = 0,33 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{0,33}, \quad (8.38)$$

где  $Nu_x = \frac{\alpha_{кк} \cdot x}{\lambda^r}$  – критерий Нуссельта;

$x$  – расстояние от начала входа потока на плоскость.

Примерный вид зависимости  $\alpha_{кк} = f(x)$  представлен на рис. 8.1.



## 8.6. Уравнения конвективного теплообмена для турбулентного пограничного слоя

Система уравнений для описания конвективного теплообмена в виде (8.30)-(8.32) справедлива и для турбулентного пограничного слоя. Поскольку в уравнениях фигурируют истинная температура и истинные проекции скорости в любой точке потока в момент  $\tau$ , то автоматически учитывается турбулентный перенос теплоты и количества движения.

Мгновенная температура пульсирует около некоторой усредненной температуры во времени. Отклонение мгновенной температуры –  $t$  – от средней температуры –  $\bar{t}$  – представляет пульсацию температуры –  $t'$ .

Подставляя в (8.30-8.32) значения истинных температур и скоростей в виде  $t = \bar{t} + t'$ ,  $W_x = \bar{W}_x + U_x$ ,  $W_y = \bar{W}_y + U_y$  после достаточно сложных промежуточных преобразований получим систему уравнений для расчета турбулентного пограничного слоя:

$$\rho \cdot c \cdot \left( \bar{W}_x \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} + \bar{W}_y \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda_{\text{л}} + \lambda_{\text{т}}) \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} \right]; \quad (8.39)$$

$$\rho \cdot \left( \bar{W}_x \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial x} + \bar{W}_y \cdot \frac{\partial \bar{W}_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\eta_{\text{л}} + \eta_{\text{т}}) \cdot \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} \right]; \quad (8.40)$$

$$\frac{\partial \bar{W}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{W}_y}{\partial y} = 0, \quad (8.41)$$

где

$$\lambda_{\text{т}} = \frac{\rho \cdot c \cdot \overline{U_y \cdot t'}}{\frac{\partial \bar{t}}{\partial y}} \text{ [Вт/(м·К)] и } \eta_{\text{т}} = \frac{\rho \cdot \overline{U_y \cdot U_x}}{\frac{\partial \bar{W}_x}{\partial y}} \text{ [Па·с]} \quad (8.42)$$

– коэффициенты турбулентной теплопроводности (переноса теплоты) и турбулентной динамической вязкости (переноса количества движения).

Естественно, что в практических расчетах выражениями (8.42) никто не пользуется, – их аппроксимируют в зависимости от усредненных скоростей и температур по одной из многих известных гипотез турбулентности. В первом приближении, согласно гипотезы турбулентности Л. Прандтля,  $\lambda_{\text{т}} = \eta_{\text{т}} \cdot c$ , где  $c$  – удельная теплоемкость газа. Это соотношение следует из аналогии процессов переноса количества движения и количества теплоты при турбулентном движении. В свою очередь, величина  $\eta_{\text{т}}$  определяется с использованием основного уравнения гипотезы Л. Прандтля (2.63).

Пульсация температур обязана турбулентным вихрям. Если вихрь приходит в какой-то объем  $\Delta V$  из областей потока с повышенной температурой, то температура в этом выделенном объеме  $\Delta V$ , естественно, возрастает. В следующий момент вихрь может придти из областей с пониженной температурой.

Можно предполагать: дополнительные слагаемые в преобразованных уравнениях Навье-Стокса и Фурье-Кирхгофа должны привести к появлению турбулентных критериев Рейнольдса и Прандтля. В частности, из гипотезы турбулентности Л. Прандтля вытекает, что турбулентный критерий Прандтля равен единице

$$Pr_T = \frac{v_T}{a_T} = \frac{\eta_T / \rho}{\lambda_T / (c \cdot \rho)} = 1.$$

Между тем, в инженерных расчетах принято считать: турбулентные процессы переноса теплоты и количества движения подобны, если имеет место равенство определяющих критериев, определенных по естественной вязкости и температуропроводности. По-видимому, это не совсем правильно, т.к. при одном и том же значении  $Re = W \cdot L_0 / \nu_d$ , где коэффициент кинематической вязкости  $\nu_d$  определяется естественной вязкостью, турбулентный перенос теплоты и количества движения в зависимости от степени шероховатости трубопровода или от качества возмущений при входе потока в трубопровод может быть различным и, следовательно, может отсутствовать подобие процессов.

### **8.7. Теплопередача в турбулентном пограничном слое. Аналогия Рейнольдса**

Теплоотдача в турбулентном пограничном слое может быть определена на базе гидродинамической теории теплообмена, основанной на идее Рейнольдса о единстве конвективного переноса теплоты и механической энергии, и на представлении о стационарном переносе теплоты и количества движения в ламинарном подслое. Такие представления позволяют установить связь между теплоотдачей и сопротивлением трения

$$\alpha_k = \frac{\tau_{ст} \cdot c}{W_0} \cdot E, \quad (8.43)$$

где 
$$E = \frac{1}{1 + (W_r / W_0) \cdot (Pr - 1)}; \quad (8.44)$$

$W_r$  и  $W_0$  – скорости на границе ламинарного подслоя и основного потока.

Выразим касательное напряжение на стенке  $\tau_{ст}$  через коэффициент трения  $\mu_{тр}$

$$\tau_{ст} = \mu_{тр} \cdot \frac{\rho W_0^2}{2}. \quad (8.45)$$



После подстановки (8.45) в (8.43) имеем

$$\frac{\alpha_k}{\rho \cdot c \cdot W_0} = \frac{\mu_{\text{тр}}}{2} \cdot E. \quad (8.46)$$

Выражение (8.46) представляет сущность аналогии Рейнольдса: коэффициент конвективной теплоотдачи  $\alpha_k$  пропорционален коэффициенту трения  $\mu_{\text{тр}}$ . Экспериментальное определение коэффициента трения  $\mu_{\text{тр}}$  гораздо проще экспериментального определение коэффициента теплоотдачи конвекцией  $\alpha_k$ .

Локальное значение  $\mu_{\text{тр}}$  для турбулентного пограничного слоя определяется по уравнению Прандтля

$$\mu_{\text{тр}x} = \frac{0,0592}{\text{Re}_x^{0,2}}. \quad (8.47)$$

Подставляя (8.47) в (8.46), окончательно получим

$$\text{Nu}_x = 0,0296 \cdot \text{Re}_x^{0,8} \cdot \text{Pr} \cdot E. \quad (8.48)$$

При  $\text{Pr} = 1$  (воздух, дым) формула (8.48) хорошо соответствует опыт-ным данным.

Критериальное уравнение для теплоотдачи в турбулентном погранич-ном слое совершенно аналогично уравнению (8.38) для теплоотдачи при ламинарном пограничном слое – изменяются лишь показатели степеней при критериях Рейнольдса и Прандтля.

Аналогичная картина имеет место и для других условий конвективно-го теплообмена. Поэтому универсальное критериальное уравнение для всех случаев конвективного теплообмена имеет вид

$$\text{Nu}_j = C \cdot \text{Re}_j^n \cdot \text{Pr}_j^m \cdot (\text{Pr}_j / \text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25}, \quad (8.49)$$

где индексы "ж" и "ст" относятся к параметрам жидкости при температуре жидкости и температуре стенки. Поправка Михеева  $(\text{Pr}_j / \text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25}$  учитывает зависимость  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\eta$  от температуры. Для газов эта поправка практически равна единице. При нагревании жидкости коэффициент теплоотдачи кон-векцией выше коэффициента теплоотдачи при охлаждении жидкости.

## 8.8. Теплоотдача при вынужденном течении в трубах

У поверхности трубы в ее начальном участке образуется тепловой по-граничный слой, толщина которого по мере удаления от входа увеличивается. На расстоянии  $L_{\text{нт}}$  – длина участка термической стабилизации – по-

граничный тепловой слой заполняет все сечение трубы и весь поток участвует в теплообмене. При ламинарном течении  $L_{нт} \approx 100 \cdot D_{тр}$ .

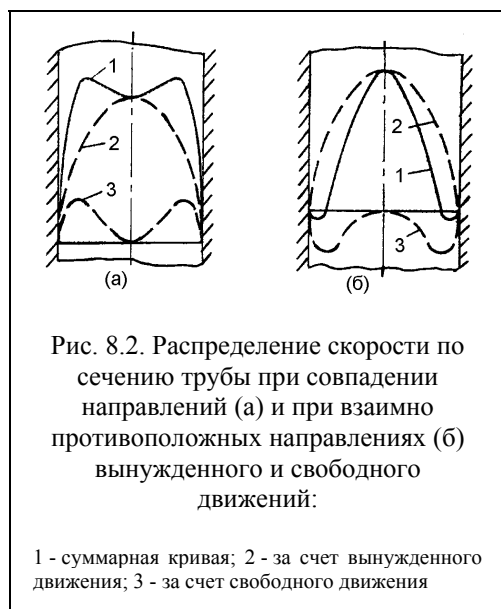
При одной и той же средней скорости потока при нагревании скорость жидкости вблизи стенки будет выше, чем при охлаждении. Чем выше температура жидкости, тем меньше ее вязкость и тем выше теплоотдача конвекцией.

В зависимости от взаимного направления вынужденного и свободного движения можно различать три случая:

- 1) направления естественного и вынужденного движения совпадают (рис. 8.2а);
- 2) направления естественного и вынужденного движения противоположны (рис. 8.2б);
- 3) направления естественного и вынужденного движения взаимно перпендикулярны (рис. 8.3).

Первый случай имеет место при нагревании жидкости и ее движении в вертикальной трубе снизу вверх или при охлаждении жидкости и при ее движении в вертикальной трубе сверху вниз. Под влиянием естественной конвекции скорости жидкости у стенки возрастают, эпюра скоростей может иметь два максимума.

Второй случай имеет место при нагревании жидкости и при ее движении в вертикальной трубе сверху вниз или



при охлаждении жидкости и при ее движении в вертикальной трубе снизу

вверх. Скорость жидкости у стенки трубы под влиянием токов естественной конвекции, направленных в противоположную сторону, уменьшается. В некоторых случаях у стенки может образоваться возвратное или вихревое движение жидкости.

Третий случай наблюдается в горизонтальных трубах. В поперечном сечении трубы под влиянием естественной конвекции возникает поперечная циркуляция жидкости. При нагревании жидкости у стенки возникают восходящие токи и нисходящие в середине трубы, а при охлаждении – наоборот. В результате жидкость как бы движется по винтовой линии. За счет лучшего перемешивания жидкости теплопередача в среднем увеличивается.

### 8.9. Интегральное уравнение теплоотдачи Лайона при стабилизированном течении в трубах

Интегральное уравнение теплоотдачи Лайона имеет вид

$$\frac{1}{Nu_d} = 2 \cdot \int_0^R \frac{\left( \int_0^R W_x^{6/p} \cdot R dR \right)^2}{\left( 1 + \frac{\lambda_t}{\lambda_l} \right) \cdot R} dR, \quad (8.50)$$

где  $R = r/r_0$  – текущий безразмерный радиус;  $W_x^{6/p} = W_x / \bar{W}_0$  – безразмерная продольная скорость в точке  $R$  потока;  $r_0$  – радиус трубы;  $\bar{W}_0$  – средняя продольная скорость по сечению потока;  $\lambda_t$  и  $\lambda$  – коэффициенты теплопроводности в турбулентном и ламинарном потоке (для ламинарного движения  $\lambda_t = 0$ ).

Если известно распределение скоростей в потоке и конкретная зависимость  $\lambda_t = f(R)$ , то с помощью (8.50) можно рассчитать коэффициент теплоотдачи конвекцией. Рассмотрим стабилизированный ламинарный поток с распределением скоростей по закону квадратной параболы. Тогда для теплообмена при постоянном тепловом потоке  $q_c = \text{const}$  после интегрирования в (8.50) получим

$$Nu_d = \frac{\alpha_k \cdot d_{тр}}{\lambda} = 4,36. \quad (8.51)$$

При теплообмене с  $t_{ст} = \text{const}$  критерий Нуссельта  $Nu_d = 3,66$ .

Таким образом, из уравнения Лайона вытекает важный практический вывод: для стабилизированного ламинарного течения критерий  $Nu$  не зависит от критерия  $Re$ .

### 8.10. Теплоотдача при турбулентном течении в каналах

Аналогию Рейнольдса  $\alpha_k = \frac{\tau_{\text{ст}} \cdot C}{W_0} \cdot E$  можно использовать и для расче-

та теплопередачи при турбулентном течении в трубах. Используя теорему импульсов Эйлера, закон Дарси-Вейсбаха и связь между коэффициентом трения и критерием Рейнольдса для турбулентного течения в круглых трубах, можно получить

$$Nu_d = 0,021 \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr. \quad (8.52)$$

При  $Pr = 1$  (воздух, дым) формула (8.52) соответствует экспериментальным данным.

### 8.11. Теплоотдача при поперечном омывании одиночной трубы и пучков труб [5]

Плавное, безотрывное обтекание цилиндра наблюдается при  $Re = W_0 \cdot d / \nu < 5$ . При  $Re > 5$  цилиндр представляет собой неудобообтекаемое тело. Пограничный слой, образующийся на передней половине трубы, в кормовой части отрывается от поверхности, и позади цилиндра образуются два симметричных вихря. При дальнейшем увеличении  $Re$  вихри вытягиваются по течению все дальше от трубы. Затем вихри периодически отрываются от трубы и уносятся потоком жидкости, образуя за цилиндром вихревую дорожку.

Отрыв пограничного слоя является следствием возрастания давления вдоль потока и подтормаживания жидкости твердой поверхностью. При обтекании передней половины цилиндра сечение потока уменьшается, а скорость потока увеличивается, в результате чего статическое давление у поверхности стенки снижается. Наоборот, в кормовой части статическое давление возрастает вследствие падения скорости.

Возрастание давления вдоль потока приводит к торможению потока и последующему возникновению возвратного движения. Возвратное течение оттесняет пограничный слой от поверхности тела и происходит отрыв потока с образованием вихрей.

Отрыв пограничного слоя и образование вихрей является основной особенностью поперечного омывания труб.

При сравнительно малых значениях критерия  $Re$  и малой степени турбулентности набегающего потока может наблюдаться также отрыв и ламинарного пограничного слоя. Он происходит при угле  $\varphi = 82^\circ$  вскоре после минимума давлений.

Если критерий  $Re$  значителен, подтормаживание потока за счет роста статического давления приводит не к отрыву потока, а к переходу движе-

ния в слое в турбулентную форму. Турбулентный пограничный слой обладает большей кинетической энергией, так как последняя дополнительно переносится из внешнего потока в слой турбулентными пульсациями. В результате место отрыва резко смещается по потоку. Турбулентный слой отрывается при  $\varphi = 140^\circ$ . Смещение места отрыва приводит к уменьшению вихревой зоны за цилиндром, обтекание цилиндра улучшается.

Своеобразный характер обтекания трубы отражается и на ее теплоотдаче. На рис. 8.4 показано изменение коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра. Рис. 8.4б отвечает теплоотдаче при отрыве ламинарного пограничного слоя, рис. 8.4а – при отрыве турбулентного.

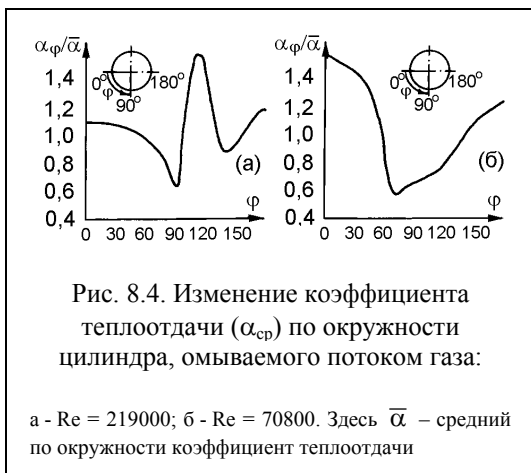
Падение коэффициента теплоотдачи на лобовой части трубы объясняется ростом толщины ламинарного пограничного слоя. На рис. 8.4б минимум теплоотдачи примерно отвечает месту отрыва ламинарного слоя. Кормовая часть трубы омывается жидкостью, имеющей сложный вихревой характер движения. При малых значениях  $Re$  теплоотдача кормовой половины цилиндра невелика, при увеличении  $Re$  она возрастает и может сравняться с теплоотдачей в лобовой части трубы.

На рис. 8.4а имеется два минимума. Первый соответствует переходу ламинарного течения в слое в турбулентное. Коэффициент теплоотдачи при этом резко возрастает. При больших

значениях  $Re$  он может увеличиться в 2-3 раза. Второй минимум соответствует месту отрыва турбулентного пограничного слоя. Снижение теплоотдачи перед отрывом можно объяснить подтормаживанием пограничного слоя. За местом отрыва труба омывается вихрями, имеющими сложный характер движения. Здесь теплоотдача несколько возрастает.

Средний по окружности коэффициент теплоотдачи  $\bar{\alpha}$  определяется по универсальной формуле

$$\overline{Nu}_{\text{жд}} = C \cdot Re_{\text{жд}}^n \cdot Pr_{\text{ж}}^m \cdot \left( \frac{Pr_{\text{ж}}}{Pr_{\text{с}}} \right)^{0,25}, \quad (8.53)$$



где  $C$ ,  $n$ ,  $m$  согласно экспериментальным данным зависят от критерия  $Re_d$ . За определяющий размер принят внешний диаметр трубы, а скорость отнесена к самому узкому поперечному сечению канала.

Если набегающий поток искусственно турбулизирован, то  $\alpha$  будет выше расчетных значений, определяемых по формуле (8.53).

### **8.12. Теплоотдача при поперечном омывании пучков труб [5]**

Обычно трубы собирают в пучок шахматного или коридорного типа. Характеристикой пучка являются расстояния между трубами  $S_1$  и  $S_2$  и количество рядов труб по ходу жидкости.

Течение жидкости в пучке носит сложный характер. Рядом стоящие трубы пучка оказывают воздействие на омывание соседних, в результате теплообмен пучка труб отличается от теплообмена одиночной трубы.

При ламинарном движении в канале, где обычно устанавливается пучок труб, движение в пучке труб в зависимости от критерия Рейнольдса может быть как ламинарным, так и турбулентным, поскольку пучок является прекрасным турбулизатором. При турбулентном течении присутствуют различные законы теплообмена. Это объясняется различным характером течения жидкости на стенках труб. При  $Re < 1 \cdot 10^5$  передняя часть трубы оmyвается ламинарным пограничным слоем, а кормовая – неупорядоченными вихрями. Если между трубами имеет место турбулентное течение, то такой режим течения называют смешанным – наиболее изученный режим. Соответственно можно рассматривать и три режима теплоотдачи.

Омывание первого ряда труб и шахматного и коридорного пучка аналогично омыванию одиночной трубы. Характер омывания остальных труб зависит от типа пучка. В коридорных пучках все трубы второго и последующих рядов находятся в вихревой зоне впереди стоящих труб, причем циркуляция жидкости в вихревой зоне слабая, так как поток проходит в основном в продольных зазорах между трубами (в "коридорах"). Поэтому в коридорных пучках как лобовая, так и кормовая части труб оmyваются со значительно меньшей интенсивностью, чем те же части одиночной трубы или лобовая часть трубы в первом ряду пучка труб. В шахматных пучках характер омывания глубоко расположенных трубок качественно мало отличается от характера омывания трубок первого ряда.

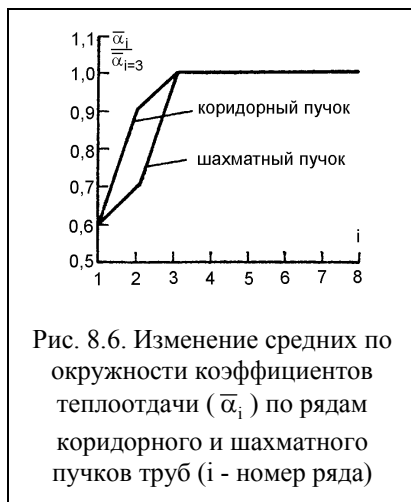
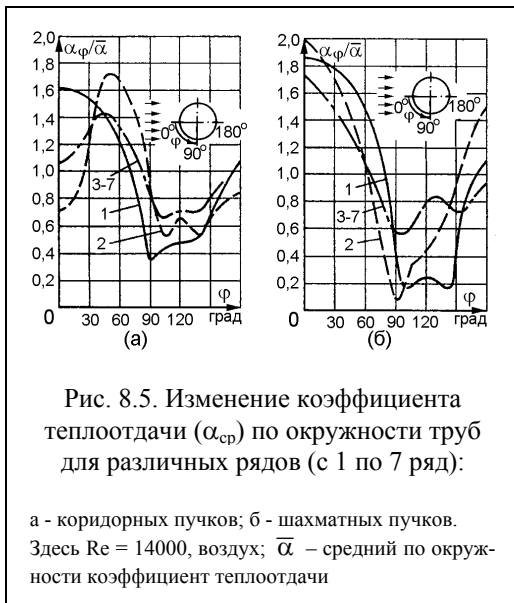
Из рис. 8.5 следует, что распределение  $\alpha$  по окружности первого ряда коридорного и шахматного пучков соответствует распределению  $\alpha$  для одиночной трубы. Для второго и последующих рядов в коридорном пучке максимум теплоотдачи наблюдается не в лобовой точке, а при  $\alpha = 50^\circ$ . Таких максимумов два и расположены в тех областях поверхности труб, где имеет место удар набегающих потоков. Лобовая часть непосредственному воздействию потока не подвергается, поэтому теплоотдача здесь невелика.

В шахматных пучках максимум теплоотдачи для всех рядов остается в лобовой точке.

Изменяется в начальных рядах и средняя теплоотдача. Но начиная с третьего ряда средняя теплоотдача стабилизируется, так как в глубинных рядах степень турбулентности потока определяется компоновкой пучка, являющегося, по существу, системой турбулизирующих устройств.

При невысокой степени турбулентности набегающего потока теплоотдача первого ряда труб составляет примерно 60 % теплоотдачи третьего и последующих рядов. Теплоотдача второго ряда составляет примерно 70 %. Изменение теплоотдачи по рядам приведено на рис. 8.6. Возрастание теплоотдачи объясняется дополнительной турбулизацией в пучке труб. Искусственная турбулизация приводит к интенсификации теплоотдачи в первых рядах пучка труб. В глубинных рядах течение и теплоотдача определяются компоновкой пучка и не зависят от степени турбулентности набегающего потока.

Теплоотдача пучков труб зависит от расстояния между трубами, что учитывается соответствующими поправками в формуле (8.53). При прочих равных условиях в ламинарной области теплоотдача шахматных пучков в полтора раза больше теплоотдачи коридорных. При турбулентном течении различие в теплоотдаче шахматных и коридорных пучков невелико.

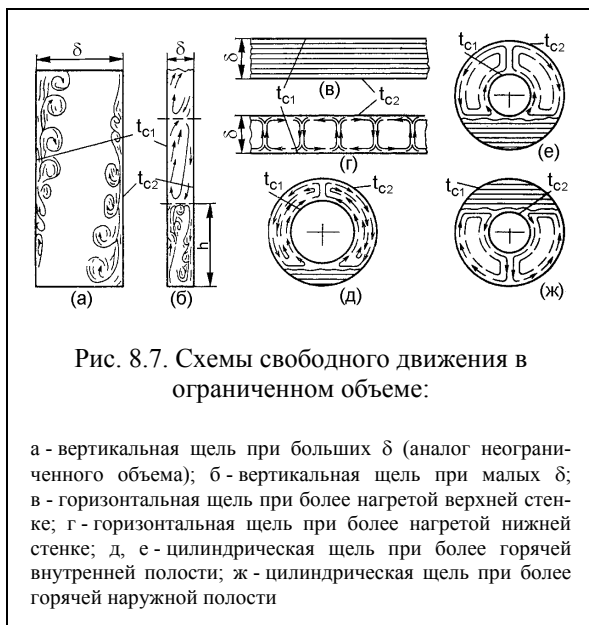


### 8.13. Теплоотдача при свободном течении жидкости [5]

Если объем жидкости невелик, то свободные движения, возникающие у других тел или частей данного тела, расположенных в этом объеме, могут сказываться на рассматриваемом течении (рис. 8.7).

В горизонтальных щелях течение жидкости может отсутствовать, если температура верхней плоской стенки выше температуры нижней плоской стенки.

Если температура нижней стенки выше температуры верхней, то в щели возникают конвекционные токи. Горячие объемы жидкости с меньшей плотностью стремятся подняться вверх.



В щели появляются восходящие потоки, чередующиеся между собой. Поле потока, рассматриваемое сверху, имеет ячеистую структуру с более или менее правильными шестиугольными ячейками. Внутри этих ячеек поток движется вверх, а по периферии ячеек он возвращается вниз.

В вертикальных щелях в зависимости от расстояния  $\delta$  между стенками циркуляция жидкости может протекать по-разному. Если  $\delta$

велико, то восходящий и нисходящий потоки движутся без взаимных помех. В этом случае движение носит такой же характер, как и в неограниченном объеме.

Если же  $\delta$  мало, то вследствие взаимных помех возникают внутренние циркуляционные контуры (рис. 8.7). Высота контура определяется шириной щели и интенсивностью процесса.

В шаровых и горизонтальных цилиндрических прослойках течение развивается согласно рис. 8.7. Во всех вариантах имеем  $t_{c1} > t_{c2}$ . В вариантах "д, е" неподвижная жидкость располагается в нижней части, а в варианте "ж" – наверху.



На рис. 8.8 представлена картина движения воздуха у разогретой кладки печи. Максимальная теплоотдача наблюдается у свода печи, когда нагретый воздух имеет возможность подняться вверх, не омывая поверхность свода. Минимальная теплоотдача будет внизу печи, поскольку нагретый воздух движется вдоль нагретого пода.

Полезно знать формулу для расчета коэффициента теплоотдачи для этого характерного случая теплообмена

$$\alpha_k = A \cdot \sqrt[4]{t_{\text{ст}} - t_{\text{в}}}, \quad (8.54)$$

где для свода  $A = 3,3$ , для боковых стен  $A = 2,6$ , для пода  $A = 1,6$ . Формула (8.54) используется также для расчета теплообмена между изложницей и воздухом.

Для теплоотдачи от вертикальной пластины строгое решение задачи имеет критерильный вид

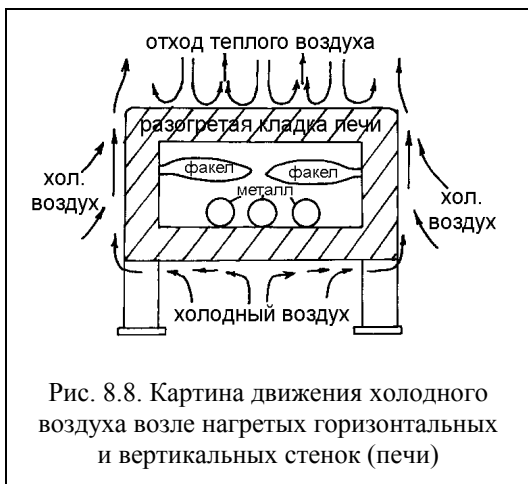


Рис. 8.8. Картина движения холодного воздуха возле нагретых горизонтальных и вертикальных стенок (печи)

$$Nu_{\text{ж}} = C \cdot (Gr_{\text{ж}} Pr_{\text{ж}})^{0,25} \left( \frac{Pr_{\text{ж}}}{Pr_{\text{ст}}} \right)^{0,25}. \quad (8.55)$$

Из (8.55) при  $Pr_{\text{ж}} = Pr_{\text{ст}} = 1$  вытекает простая формула (8.54).

Характер свободного движения у горизонтальной трубы зависит от диаметра трубы (рис. 8.9). У труб малого диаметра разрушение ламинарного течения происходит вдали от трубы. Чем больше диаметр трубы, тем вероятнее разрушение ламинарного течения.

Для тонких проволоочек ( $d = 0,02 - 2$  мм) условия теплоотдачи весьма своеобразны. Так как поверхность проволоочки мала, то тепловой поток от проволоочки незначителен. При малых температурных напорах вокруг проволоочки образуется неподвижная пленка нагретого воз-



Рис. 8.9. Схема свободного движения около горизонтальных труб

духа. Этот режим называется пленочным. Для расчета теплоотдачи используется закон Фурье. Этот же закон используется при расчете теплопередачи свободной конвекцией между двумя стенками при небольшой толщине зазора

$$q_k = \frac{\lambda_{\text{эк}} \cdot (t_{\text{ст1}} - t_{\text{ст2}})}{\delta}, \quad (8.56)$$

где  $\lambda_{\text{эк}}$  – эквивалентный коэффициент теплопроводности, учитывающий перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью в зазоре.

#### 8.14. Отдельные задачи конвективного теплообмена [5]

Ниже представлены особенности теплообмена в жидких металлах, в разреженных средах и высокоскоростных газовых потоках. Эти задачи представляют интерес для металлургической практики.

*Теплообмен в жидких металлах.* Охлаждение жидкими металлами включает в себя достоинства воздушного и водяного охлаждения. Для металлургов представляет интерес процесс охлаждения жидкости в разливочном ковше, в литниках и в изложнице.

В жидких металлах теплопроводность весьма велика и может конкурировать с процессом конвективного переноса. Критерий Прандтля весьма мал. Толщина ламинарного подслоя меньше толщины теплового слоя (см. формулу 8.36). Распределение температур в потоке зависит от критерия Прандтля. Критериальное уравнение для расчета  $\alpha_k$  имеет вид

$$Nu = A + C \cdot (Re \cdot Pr)^n, \quad (8.57)$$

где  $A$ ,  $C$ ,  $n$  – экспериментально определяемые константы.

Двучленность правой части в формуле (8.57) объясняется учетом радиальной теплопроводности в потоке жидкого металла. Значения  $\alpha$  весьма велики даже для свободной конвекции.

*Теплообмен в разреженных средах.* Разреженные среды характеризуются малым давлением, которое меньше атмосферного. При малых абсолютных давлениях представление газа в виде континуума оказывается непригодным, при этом изменяются и граничные условия. На границе раздела "газ - стенка" наблюдается "скольжение" газа и, соответственно, скачок температур.

Средняя длина пробега молекул возрастает с падением давления и с увеличением температуры. При весьма низких давлениях молекула может пролететь от одной стенки к другой, не столкнувшись с другими молекулами. При ударе молекулы о стенку она может или зеркально отразиться от стенки, или некоторое время оставаться на стенке, а затем перейти в объем.

Явление задержки молекулы на поверхности стенки называется абсорбцией. Характер взаимодействия молекул газа со стенкой и определяет теплоотдачу.

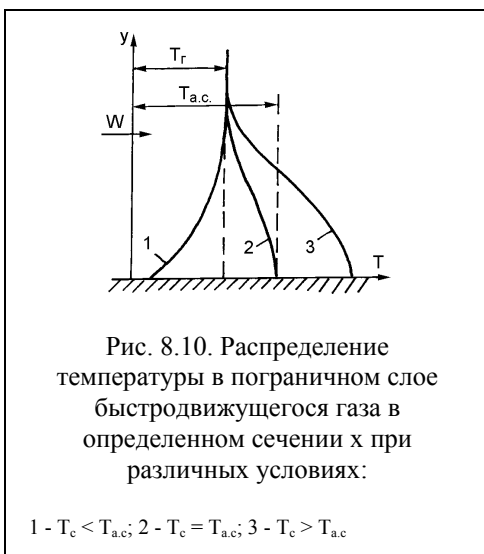
*Теплообмен высокоскоростных газовых потоков.* Теплоотдача при больших скоростях газа имеет ряд особенностей, неучет которых может привести к существенным ошибкам. При потере скорости в ламинарном подслое может значительно увеличиться температура газа за счет перехода кинетической энергии в тепловую. При полном адиабатическом торможении имеем: энтальпия адиабатического торможения

$$i_0 = i + \frac{W^2}{2}, \quad (8.58)$$

температура адиабатического торможения

$$T_0 = T + \frac{W^2}{2 \cdot c_p}. \quad (8.59)$$

Использование закона Ньютона при больших скоростях неправомерно, так как температура газа в ламинарном подслое может превышать начальную температуру потока  $t_0$  (см. рис. 8.10 кривая 3). На рис. 8.10 приняты обозначения:  $T_{a.c}$  – адиабатная температура стенки (при отсутствии теплоотдачи между тормозящимся газом и стенкой);  $T_r$  – температура движущегося газа. Кроме того, при расчете теплоотдачи нужно учитывать и теплоту трения, которая при больших скоростях потока может иметь существенное значение. В уравнении Ньютона вместо начальной температуры газа должна использоваться адиабатная температура, которая меньше температуры торможения



$$q = \alpha \cdot \left( T_r + \frac{r \cdot W^2}{2 \cdot c_p} - T_c \right), \quad (8.60)$$

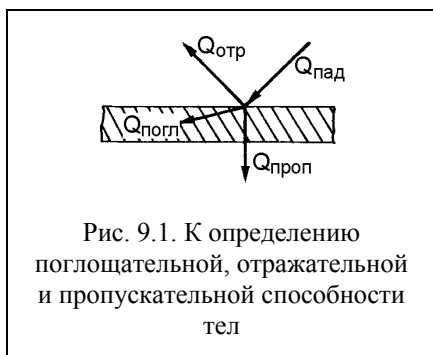
где  $r$  учитывает неполноту торможения, теплоотдачу и работу между смежными объемами газа.

## Глава 9. Теплообмен излучением

Тепловое излучение представляет распространение электромагнитных волн в интервале длин от  $\lambda_1 = 0,4$  мкм до  $\lambda_2 = 400$  мкм. Однако такое представление о природе теплового излучения оказывается недостаточным для объяснения многих явлений, когда лучистая энергия вступает во взаимодействие с веществом или испускается им. Тепловое излучение можно рассматривать и как поток огромного числа фотонов или квантов, летящих со скоростью света.

Квантовые представления используются в физике при выводе закона Планка.

### 9.1. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность реальных твердых тел и газов



Падающая лучистая энергия частично поглощается твердой поверхностью, частично отражается от твердой поверхности и частично проходит через тело (рис. 9.1). В отличие от зеркального отражения, в расчетах лучистого теплообмена отражение энергии принимается диффузным, когда пучок параллельных лучей, падающих на элементарную площадку  $dF$ , отражается от нее по всевозможным направлениям в пределах телесного угла  $\omega = 2\pi$ . Диффузное отражение обязано шероховатости твердой поверхности.

Тепловой баланс для падающего излучения  $Q_{\text{пад}}$  представится в виде

$$Q_{\text{погл}} + Q_{\text{отр}} + Q_{\text{проп}} = Q_{\text{пад}} \text{ или } A + R + D = 1, \quad (9.1)$$

где  $A = Q_{\text{погл}} / Q_{\text{пад}}$  – поглощательная способность тела;  $R = Q_{\text{отр}} / Q_{\text{пад}}$  – отражательная способность тела;  $D = Q_{\text{проп}} / Q_{\text{пад}}$  – пропускательная способность тела.

У твердых тел  $D_T = 0$ , тогда  $R_T = 1 - A_T$ .

Абсолютно черное тело (в сокращенной записи АЧТ) обладает максимальной поглощательной способностью. Оно полностью (на 100 %) поглощает падающие на тело лучи с длиной волны от  $\lambda = 0$  до  $\lambda = \infty$ . Имеем:  $A_0 = 1$ , т.е.  $D_0 = 0$  и  $R_0 = 0$ , где индекс "0" относится к АЧТ. У газов  $R_g = 0$ , тогда  $D_g = 1 - A_g$ . У воздуха и  $A_v = 0$ .

## 9.2. Основные законы излучения АЧТ

### 9.2.1. Закон Планка

Энергия излучения элементарной площадки  $dF$  распространяется по всем направлениям в пространстве и подчиняется закону Ламберта, о чем будет идти речь ниже. Говорят: имеет место полусферическое излучение площадки  $dF$ .

Интегральная плотность потока полусферического излучения представляет энергию излучения единицы поверхности в единицу времени и в нашем изложении имеет стандартную запись в виде

$$q = \frac{dQ}{dF} \text{ [Вт/м}^2\text{]}. \quad (9.2)$$

В литературе плотность теплового потока излучения часто изображается буквой  $E$ .

Интегральное полусферическое излучение определяется потоком спектрального полусферического излучения  $J_\lambda$ , который представляет энергию излучения единицы поверхности в единицу времени в интервале длин волн, равном единице

$$J_\lambda = \frac{dq_\lambda}{d\lambda} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}} \right]. \quad (9.3)$$

Согласно закону Планка поток излучения для АЧТ в зависимости от температуры и длины волны определяется по формуле:

$$J_{0\lambda} = \frac{dq_{0\lambda}}{d\lambda} = \frac{C_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot T}} - 1}, \quad (9.4)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – константы.

Зависимость  $J_{0\lambda} = f(T)$  для различных температур изображена на рис. 9.2. С повышением температуры спектральная плотность потока излучения возрастает на каждой длине волны, а максимальная плотность потока полусферического излучения смещается в сторону коротких длин волн.

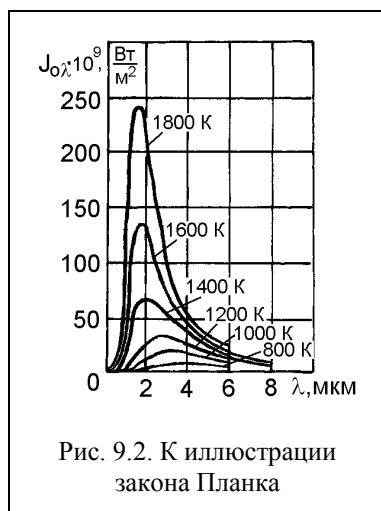


Рис. 9.2. К иллюстрации закона Планка

### 9.2.2. Закон Стефана-Больцмана

Площадь под кривой Планка представляет интегральное полусферическое излучение АЧТ

$$q_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_{0\lambda} d\lambda . \quad (9.5)$$

Подставляя в (9.5) закон Планка, после интегрирования получим закон Стефана-Больцмана

$$q_0 = \sigma_0 \cdot T^4, \quad (9.6)$$

где  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  – коэффициент излучения АЧТ.

Величина  $\sigma_0$  весьма мала, а величина температуры в четвертой степени, наоборот, весьма велика, особенно для металлургических температур. Поэтому в практических расчетах используется закон Стефана-Больцмана в виде

$$q_0 = C_0 \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (9.7)$$

где за  $C_0 = 5,67$  сохраняется название коэффициента излучения АЧТ. Закон (9.7) открыт экспериментально Стефаном в 1879 году и доказан теоретически Больцманом, исходя из термодинамических соображений, в 1893 году.

### 9.2.3. Излучение реальных тел

Спектральная или иначе монохроматическая относительная излучательная способность реальных тел определяется в виде

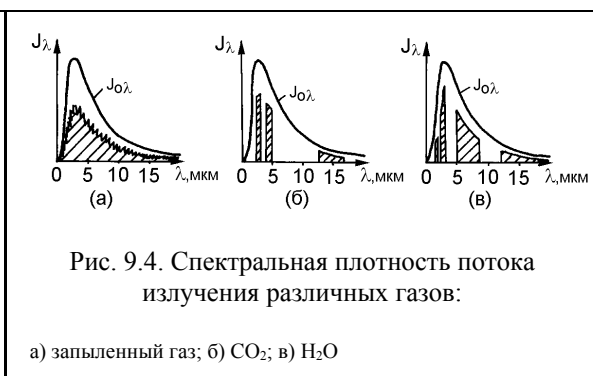
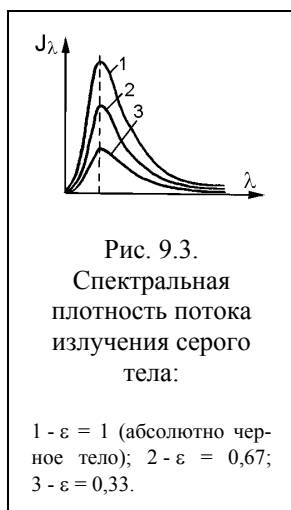
$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{J_{\lambda(T)}}{J_{0\lambda(T)}}, \quad (9.8)$$

где  $J_{\lambda(T)}$  – спектральная плотность потока излучения реального тела, являющаяся функцией длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$ .

Величину  $\varepsilon_{\lambda T}$  также называют спектральной степенью черноты.

Для серых тел  $\varepsilon_{\lambda T}$  не зависит от длины волны, а для идеально серого тела и от температуры. В инженерных расчетах нагреваемый металл и огнеупорную кладку печи чаще всего принимают идеально серыми.

Распределение спектральной плотности теплового потока излучения для серого тела при одной и той же температуре будет аналогично кривой Планка для излучения АЧТ (см. рис. 9.3).



На рис. 9.4 представлена качественная зави-  
симость  $\varepsilon_\lambda$  для запыленных газовых сред и для  
чистых излучающих газов  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ .

Как и для АЧТ, площадь под кривой  $J_\lambda = f(\lambda)$   
представляет интегральное полусферическое из-  
лучение серого или селективного тела –  $q_{\text{сел}}$ . Следовательно

$$q_{\text{сел}} = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda \cdot J_{0\lambda} d\lambda . \quad (9.9)$$

Селективное (избирательное) интегральное полусферическое излу-  
чение рассчитывается через интегральную (среднюю) степень черноты  $\bar{\varepsilon}_{\text{сел}}$

$$q_{\text{сел}} = \bar{\varepsilon}_{\text{сел}} \cdot q_0 = C_0 \cdot \bar{\varepsilon}_{\text{сел}} \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4 . \quad (9.10)$$

Весьма важно отметить: интегральная степень черноты  $\bar{\varepsilon}_{\text{сел}}$  чаще все-  
го определяется экспериментальным путем, что сделано для излучения  $\text{CO}_2$   
и  $\text{H}_2\text{O}$ . Если же известна зависимость  $\varepsilon_\lambda = f(\lambda)$ , то из (9.9) и (9.10) следует

$$\bar{\varepsilon}_{\text{сел}} = \frac{q_{\text{сел}}}{q_0} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda \cdot J_{0\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty J_{0\lambda} d\lambda} . \quad (9.11)$$

Интегральная плотность полусферического потока излучения серого  
тела определится весьма просто

$$q_c = \bar{\varepsilon}_c \cdot q_0 = C_0 \cdot \bar{\varepsilon}_c \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (9.12)$$

Для серого тела  $\varepsilon_{\lambda c}$  выносится за знак интеграла в (9.11) и интегральная степень черноты  $\bar{\varepsilon}_c$  равна спектральной. Для упрощения записи индексы "с" и черта усреднения для серого тела могут быть опущены, т.е.  $\bar{\varepsilon}_c = \varepsilon$ .

### 9.3. Классификация тепловых потоков. Формула Поляка

Прежде чем перейти к изложению закона Кирхгофа, ознакомимся с существующей классификацией тепловых потоков.

Излучение, которое определяется природой тела и его температурой, называют собственным излучением. Спектральное и интегральное собственное излучение  $J_{\lambda \text{соб}}, q_{\text{соб}}, Q_{\text{соб}} = q_{\text{соб}} \cdot F$  определяется по законам Планка и Стефана-Больцмана с учетом  $\varepsilon_\lambda$  и  $\bar{\varepsilon}_{\text{сел}}$  (см. формулы 9.8 и 9.10), которые предполагаются известными величинами.

Часть упавшей энергии диффузно отразится от него в соответствии с его отражательной способностью

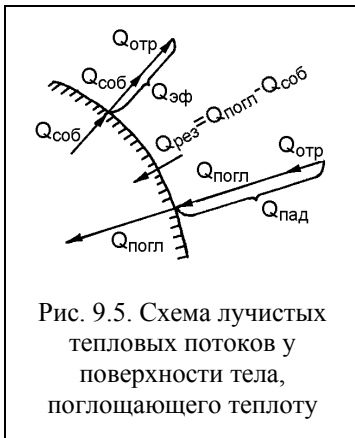


Рис. 9.5. Схема лучистых тепловых потоков у поверхности тела, поглощающего теплоту

$$Q_{\text{отр}} = R \cdot Q_{\text{пад}}. \quad (9.13)$$

Сумму собственного и отраженного теплового потока называют эффективным тепловым потоком (рис. 9.5)

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}}. \quad (9.14)$$

Таким образом, от каждой поверхности в системе теплообмена испускается эффективное излучение.

Результирующий тепловой поток  $Q_{\text{рез}}$  равен разности между поглощенным тепловым потоком  $Q_{\text{погл}}$  и собственным излучением  $Q_{\text{соб}}$

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}}. \quad (9.15)$$

В литературе используется запись для  $Q_{\text{рез}}$  и в виде  $Q_{\text{рез}} = Q_{\text{соб}} - Q_{\text{погл}}$ , которую нельзя признать логичной.

Поскольку  $Q_{\text{погл}} = A \cdot Q_{\text{пад}}$ , то

$$Q_{\text{рез}} = A \cdot Q_{\text{пад}} - Q_{\text{соб}}, \quad (9.16)$$

тогда выражение для падающего теплового потока принимает вид



$$Q_{\text{пад}} = \frac{Q_{\text{рез}} + Q_{\text{соб}}}{A}. \quad (9.17)$$

Прибавляя и вычитая  $Q_{\text{отр}}$  в правой части (9.15), получим:  $Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} + Q_{\text{отр}} - Q_{\text{соб}} - Q_{\text{отр}} = Q_{\text{пад}} - Q_{\text{эф}}$ . Откуда

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{пад}} - Q_{\text{рез}}. \quad (9.18)$$

Подставляя (9.17) в (9.18) и с учетом  $R = 1 - A$ , получим связь между эффективным, результирующим и собственным излучением

$$Q_{\text{эф}} = \frac{R}{A} Q_{\text{рез}} + \frac{1}{A} Q_{\text{соб}}. \quad (9.19)$$

Формула Поляка (9.19) играет весьма важную роль в теории лучистого теплообмена и справедлива как для спектрального излучения, так и для интегрального селективного излучения. Для АЧТ имеем  $A_0 = 1$ ,  $R_0 = 0$ , тогда  $Q_{\text{эф}0} = Q_{\text{соб}0}$ ,  $J_{0\lambda\text{эф}} = J_{0\lambda}$ .

#### 9.4. Закон Кирхгофа. Спектральная и интегральная поглотительная способность тела при равновесном и неравновесном излучении

Рассмотрим теплообмен между двумя большими параллельными плоскими поверхностями  $F_1$  и  $F_2$ , когда теплообменом с торцами можно пренебречь (рис. 9.6). Энергия, излучаемая поверхностью  $F_1$ , полностью падает на поверхность  $F_2$  и наоборот.

Пусть поверхность  $F_1$  будет АЧТ, а поверхность  $F_2$  в общем случае селективной. При монохроматическом излучении на участке  $d\lambda$ , включающем волну  $\lambda_2$ , черная поверхность  $F_1$  посылает на  $1 \text{ м}^2$  второй поверхности энергию  $J_{0\lambda 1} \cdot d\lambda$ . Часть этой энергии поглотится второй поверхностью в соответствии с ее поглотительной способностью  $A_{\lambda 2}$ , а остальная часть этой энергии отразится на первую поверхность и будет полностью поглощена этой поверхностью (вот почему поверхность  $F_1$  принята АЧТ).

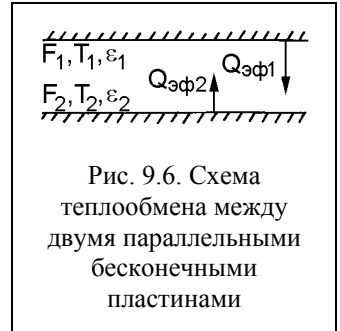


Рис. 9.6. Схема теплообмена между двумя параллельными бесконечными пластинами

Вторая поверхность излучает энергию в интервале  $d\lambda$  в количестве  $\varepsilon_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 2} \cdot d\lambda$ , которая падает и полностью поглощается черной поверхностью  $F_1$ . Результат теплообмена для второй поверхности будет:  $J_{\lambda \text{рез} 2} \cdot d\lambda = J_{\lambda \text{погл} 2} \cdot d\lambda - J_{\lambda \text{соб} 2} \cdot d\lambda = A_{\lambda 2} \cdot J_{\lambda \text{пад} 2} \cdot d\lambda - \varepsilon_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 2} \cdot d\lambda = A_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 1} \cdot d\lambda - \varepsilon_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 2} \cdot d\lambda$  или

$$J_{\lambda \text{рез}2} = A_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 1} - \varepsilon_{\lambda 2} \cdot J_{0\lambda 2}.$$

При термодинамическом равновесии  $T_1 = T_2$ ,  $J_{0\lambda 1} = J_{0\lambda 2}$  и  $J_{\lambda \text{рез}2} = 0$ . Следовательно

$$A_{\lambda 2}^{\text{рав}} = \varepsilon_{\lambda 2}, \quad (9.20)$$

т.е. спектральная поглощательная способность при тепловом равновесии равна излучательной способности тела.

Выражение (9.20) представляет закон Кирхгофа в наиболее общем виде [25].

Пусть поверхность  $F_1$  также будет селективной. При неравновесном излучении интегральная (средняя) поглощательная способность селективной поверхности  $F_2$  определится из общего выражения для поглощательной способности тела

$$\overline{A}_{\text{сел}2} = \frac{q_{\text{пог}2}}{q_{\text{пад}2}} = \frac{\int_0^{\infty} A_{\lambda 2} \cdot J_{\lambda \text{пад}2} d\lambda}{\int_0^{\infty} J_{\lambda \text{пад}2} d\lambda}. \quad (9.21)$$

При тепловом равновесии от селективной поверхности  $F_1$  испускается черное излучение. Это важное утверждение вытекает из формулы Поляка, которая справедлива и для спектрального излучения с заменой в (9.19)  $Q$  на  $J_{\lambda}$ . При  $J_{\lambda \text{рез}} = 0$ ,  $J_{\lambda \text{соб}} = \varepsilon_{\lambda} \cdot J_{0\lambda}$  и  $A_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda}$  из (9.19) следует:  $J_{\lambda \text{эф}}^{\text{рав}} = J_{0\lambda}$ . Следовательно, при термодинамическом равновесии выражение (9.21) для интегральной поглощательной способности совпадает с выражением (9.11) для интегральной излучательной способности, т.е.

$$\overline{A}_{\text{сел}2}^{\text{рав}} = \overline{\varepsilon}_{\text{сел}2}, \quad (9.22)$$

поскольку  $A_{\lambda 2} = \varepsilon_{\lambda 2}$  и  $J_{\lambda \text{пад}2} = J_{0\lambda 1}$ .

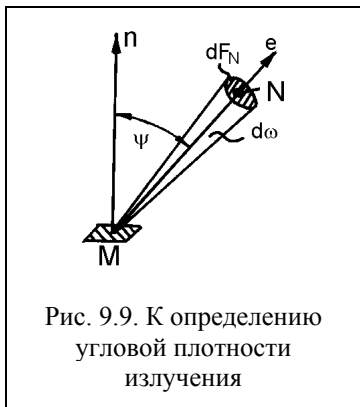
Принято считать, что закон Кирхгофа в наиболее общем виде справедлив и для неравновесного излучения. Тогда для серых тел из (9.21) следует:  $A = \varepsilon$  ( $A_{\lambda 2}$  выносится за знак интеграла), т.е. поглощательная способность серого тела не зависит от природы падающего излучения.

При отсутствии равновесия для селективных (реальных) тел, согласно (9.21),  $\overline{A}_{2\text{сел}} \neq \overline{\varepsilon}_{2\text{сел}}$ , поскольку поглощательная способность зависит не только от природы поверхности  $F_2$  (т.е. от функции  $A_{\lambda 2} = f(\lambda)$ ), но и от природы падающего излучения от поверхности  $F_1$ . В свою очередь, эффективный тепловой поток от  $F_1$  зависит не только от природы поверхности  $F_1$ ,



Согласно закону Ламберта

$$I_{\varphi M} = I_{\text{пм}} \cdot \cos \varphi_M, \quad (9.26)$$



где  $I_{\text{пм}}$  – угловая плотность излучения по направлению нормали в точке M, называемая также яркостью для диффузного излучения.

Закон Ламберта имеет простой физический смысл (рис. 9.9): с поверхности шара видна не площадка  $dF_M$ , а ее проекция на плоскость, перпендикулярную к направлению излучения. В свою очередь, яркость рассчитывается через известную плотность теплового потока

$$I_{\text{пм}} = \frac{q_M}{\pi}. \quad (9.27)$$

## 9.6. Угловые коэффициенты излучения

Самая простая печная система состоит из огнеупорной кладки и нагреваемого металла. Поверхность кладки состоит, по крайней мере, из пяти ( $K = 5$ ) поверхностей. Но если их температуры незначительно отличаются между собой, то можно считать, что в печи имеется лишь одна поверхность

кладки с  $F_{\text{кл}} = \sum_{i=1}^K F_i$ , что значительно упрощает расчет теплообмена.

Результат теплообмена для металла зависит не только от температур  $T_{\text{г}}$ ,  $T_{\text{кл}}$  и  $T_{\text{мс}}$ , но и от угловых коэффициентов излучения, зависящих от расположения кладки относительно нагреваемого металла.

Средний угловой коэффициент для эффективного излучения  $\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}}$  представляет долю полусферического эффективного излучения поверхности  $F_1$ , направляющуюся на поверхность  $F_2$  [26]

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \frac{Q_{F_1-F_2}^{\text{эф}}}{Q_{F_1}^{\text{эф}}}. \quad (9.28)$$

Эффективное излучение, направляющееся с площадки  $dF_1$  на площадку  $dF_2$ , можно найти из определения (9.23) для угловой плотности излучения точки, поскольку излучение центральной точки характеризует среднее излучение площадки  $dF_1$ . Пусть точка "M" принадлежит поверхности  $F_1$ , а точка "N" – поверхности  $F_2$ . Из выражений (9.23), (9.25) и (9.27) следует

$$\begin{aligned}
d^2 Q_{dF_M dF_N}^{\text{эф}} &= I_{\varphi_M}^{\text{эф}} \cdot dF_M \cdot d\omega = I_{nm}^{\text{эф}} \cdot \cos \varphi_M \cdot dF_M \cdot d\omega = \\
&= \frac{q_M^{\text{эф}}}{\pi} \cdot \cos \varphi_M \cdot dF_M \cdot d\omega = \frac{q_M^{\text{эф}}}{\pi} \cdot \cos \varphi_M \cdot dF_M \cdot \frac{dF_N \cdot \cos \varphi_N}{r_{MN}^2}.
\end{aligned}$$

Поскольку  $Q_{F_1-F_2}^{\text{эф}} = \int_{F_1} \int_{F_2} d^2 Q_{dF_M dF_N}^{\text{эф}}$  и  $Q_{F_1}^{\text{эф}} = \int_{F_1} q_M^{\text{эф}} \cdot dF_M$  окончательно получим [26]

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \frac{\int_{F_2} \int_{F_1} q_M^{\text{эф}} \cdot \frac{\cos \varphi_M \cdot \cos \varphi_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} dF_M dF_N}{\int_{F_1} q_M^{\text{эф}} dF_M}. \quad (9.29)$$

Аналогичная картина имеет место и для углового коэффициента  $\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}$

$$\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = \frac{\int_{F_1} \int_{F_2} q_N^{\text{эф}} \cdot \frac{\cos \varphi_N \cdot \cos \varphi_M}{\pi \cdot r_{NM}^2} dF_N dF_M}{\int_{F_2} q_N^{\text{эф}} dF_N}. \quad (9.30)$$

Плотность эффективного теплового потока  $q_M^{\text{эф}}$  ( $q_N^{\text{эф}}$ ) в системах Поляка при отсутствии излучающего и поглощающего газа (рис. 9.10), а также при наличии излучающего и поглощающего газа (рис. 9.10б и 9.10д) не зависит от положения точки "М" на поверхности  $F_1$ . Т.е. для этих систем имеем  $q_M^{\text{эф}} = \text{const}$  и  $q_N^{\text{эф}} = \text{const}$ . Тогда выражения (9.29) и (9.30) упрощаются и принимают вид:

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \frac{1}{F_1} \cdot \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_M \cdot \cos \varphi_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} dF_M dF_N, \quad (9.31)$$

$$\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = \frac{1}{F_2} \cdot \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_M \cdot \cos \varphi_N}{\pi \cdot r_{MN}^2} dF_M dF_N. \quad (9.32)$$

Наряду с угловыми коэффициентами для эффективного излучения можно говорить об угловых коэффициентах для собственного излучения  $\overline{\varphi}^{\text{соб}}$ , определяемых по формулам (9.32).

Для изотермических поверхностей, что обычно принимается в расчетах, угловые коэффициенты  $\overline{\varphi}_{12}^{\text{cob}}$ ,  $\overline{\varphi}_{21}^{\text{cob}}$  определяются по формулам (9.31)-(9.32). В литературе приводятся табличные и графические данные именно для угловых коэффициентов  $\overline{\varphi}^{\text{cob}}$ .

В реальных печных системах, как правило,  $\overline{\varphi}^{\text{эф}} \neq \overline{\varphi}^{\text{cob}}$ , что усложняет достоверный расчет теплообмена. В инженерных расчетах принимают  $\overline{\varphi}^{\text{эф}} = \overline{\varphi}^{\text{cob}}$ . Как показано в [27] это упрощение не приводит к серьезной по-

грешности. В [28] утверждается: из-за бесконечного переизлучения между серыми поверхностями эффективные тепловые потоки при изотермических поверхностях также являются практически постоянными величинами.

Взятие интегралов в (9.31) и (9.32) связано с преодолением математических затруднений и не всегда может быть выполнено.

Расчет угловых коэффициентов весьма прост для шаровой полости (см. рис. 9.10в), для которой справедливы абсолютно

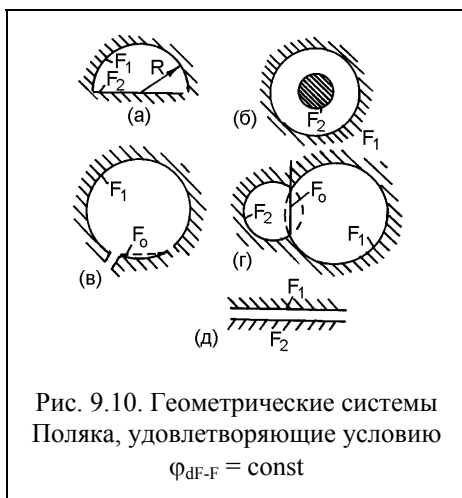


Рис. 9.10. Геометрические системы Поляка, удовлетворяющие условию  $\varphi_{dF-F} = \text{const}$

строгие теоретические решения [26]:

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} = \frac{F_2}{F_{\text{шар}}} = \frac{F_2}{F_1 + F_2}, \quad (9.33)$$

$$\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = \overline{\varphi}_{11}^{\text{эф}} = \frac{F_1}{F_{\text{шар}}} = \frac{F_1}{F_1 + F_2}. \quad (9.34)$$

Для системы рис. 9.10а и 9.10б угловой коэффициент  $\overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}}$  равен нулю. По условию замыкаемости, вытекающему из теплового баланса, имеем для любой системы из двух замкнутых поверхностей:

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} + \overline{\varphi}_{11}^{\text{эф}} = 1, \quad (9.35)$$

$$\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} + \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} = 1. \quad (9.36)$$

Следовательно, для системы с  $\overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} = 0$  имеем  $\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = 1$ .

Из выражений (9.31) и (9.32) вытекает свойство взаимности для систем Поляка

$$F_1 \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = F_2 \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}. \quad (9.37)$$

Из (9.37) для систем рис. 9.10а и 9.10б следует

$$\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \frac{F_1}{F_2}. \quad (9.38)$$

Хотя свойство взаимности строго справедливо лишь для систем Поляка, оно широко используется для приближенного определения угловых коэффициентов излучения в более сложных системах теплообмена.

Реальные печные системы для расчета теплообмена часто заменяются эквивалентными системами с шаровой полостью (рис. 9.10а, 9.10б, 9.10в). Формулы (9.33) и (9.34) используются для расчета угловых коэффициентов в нагревательных колодцах, в кольцевых печах, в печах с шагающими балками. Формула (9.38) используется для расчета  $\overline{\varphi}_{12}$  в толкательных методических печах, для которых заведомо известно:  $\overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} = 0$  и  $\overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = 1$ .

## 9.7. Расчет теплообмена в простейшей печной системе при отсутствии лучепоглощающей среды

Этот случай теплообмена наблюдается в электрических печах, в печах с газовым отоплением в периоды отсутствия подачи топлива в печь.

Расчет теплообмена весьма прост для серых поверхностей в системе Поляка, когда  $\overline{\varphi}_{\text{ки}}^{\text{эф}} = \overline{\varphi}_{\text{ки}}^{\text{соб}}$ .

Результирующий поток для металла определяется согласно (9.15)

$$Q_{\text{рез2}} = Q_{\text{погл2}} - Q_{\text{соб2}} = A_2 \cdot Q_{\text{пад2}} - Q_{\text{соб2}}. \quad (9.39)$$

На металл в соответствии с сущностью углового коэффициента для эффективного излучения падает эффективное излучение от кладки  $Q_{\text{эф1}} \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}}$  и эффективное излучение от самого металла  $Q_{\text{эф2}} \cdot \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}}$ . Следовательно

$$Q_{\text{рез2}} = A_2 \cdot [Q_{\text{эф1}} \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} + Q_{\text{эф2}} \cdot \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}}] - Q_{\text{соб2}}. \quad (9.40)$$

При известных температурах  $T_1$  и  $T_2$  в (9.40) содержатся 3 неизвестные:  $Q_{\text{рез2}}$ ,  $Q_{\text{эф1}}$ ,  $Q_{\text{эф2}}$ . Используя связь между  $Q_{\text{эф1}}$ ,  $Q_{\text{эф2}}$  и  $Q_{\text{рез1}}$ ,  $Q_{\text{рез2}}$  в фор-

муле Поляка (9.19), получим в (9.40) лишь одно неизвестное, поскольку  $Q_{\text{рез1}} = -Q_{\text{рез2}}$

$$Q_{\text{рез2}} = A_2 \left[ \left( \frac{R_1}{A_1} Q_{\text{рез1}} + \frac{1}{A_1} Q_{\text{cob1}} \right) \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} + \left( \frac{R_2}{A_2} Q_{\text{рез2}} + \frac{1}{A_2} Q_{\text{cob2}} \right) \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} \right] - Q_{\text{cob2}}, \quad (9.41)$$

где

$$\frac{R_1}{A_1} = \frac{1-A_1}{A_1} = \frac{1}{A_1} - 1; \quad \frac{R_2}{A_2} = \frac{1-A_2}{A_2} = \frac{1}{A_2} - 1;$$

$$Q_{\text{cob1}} = C_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 \cdot F_1; \quad Q_{\text{cob2}} = C_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot F_2.$$

С учетом:  $\overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} = 1 - \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}$ ,  $\varepsilon_1 = A_1$ ,  $\varepsilon_2 = A_2$  (для серых тел) после преобразований получим

$$Q_{\text{рез2}} = C_{12}^{\text{сис}} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F_2 \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}, \quad (9.42)$$

где  $C_{12}^{\text{сис}}$  – коэффициент излучения системы из двух поверхностей при отсутствии поглощающей среды

$$C_{12}^{\text{сис}} = \frac{C_0}{\left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} + 1 + \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}}. \quad (9.43)$$

Формулу (9.42) весьма часто представляют в виде

$$q_2 = \frac{Q_{\text{рез2}}}{F_2} = C \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (9.44)$$

где

$$C = \frac{C_0 \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}}{\left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} + 1 + \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}}, \quad (9.45)$$



и называют ее законом Стефана-Больцмана. Выражение (9.44) правильно называть формулой для расчета лучистого теплообмена в системе из двух поверхностей с использованием закона Стефана-Больцмана.

При  $\overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} = \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} = 1$  (теплообмен в системе из двух бесконечных параллельных поверхностей) из (9.44-9.45) следует формула Нуссельта

$$q_2 = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1}{\varepsilon_2}} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (9.46)$$

Формула Нуссельта широко используется в инженерных расчетах, например, в расчетах рекуператоров и регенераторов, когда под первым телом понимается газ.

### 9.8. Теплообмен при наличии экранов

Экран – устройство с поверхностью, поглощающей, преобразующей или отражающей излучения различных видов энергии, для использования этих излучений или защиты от их действия. В металлургической теплотехнике (рис. 9.11) используется для уменьшения тепловых потерь и защиты обслуживающего персонала при эксплуатации печей и при проведении горячих ремонтов печи.

Будем различать реальные и идеальные экраны. Идеальный экран – это экран с перепадом температур по сечению равным нулю. Рассмотрим теплообмен при наличии идеального экрана в системе из двух параллельных поверхностей при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ .

Температура идеального экрана определяется из балансового уравнения теплопередачи при наличии экрана  $Q_{\text{рез1}}^3 = Q_{\text{рез2}}^3$  или

$$C_{13} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] = C_{32} \cdot \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (9.47)$$

где  $C_{13}$  и  $C_{32}$  – коэффициенты излучения в системах "первая поверхность-экран" и "экран - вторая поверхность".

Поскольку  $C_{13} = C_{32}$ , то из (9.47) следует



Рис. 9.11. Схема теплообмена при наличии тонкого экрана

$$\left(\frac{T_3}{100}\right)^4 = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]. \quad (9.48)$$

Подставляя (9.48) в (9.47), получим формулу для расчета теплопередачи от  $F_1$  к  $F_2$  при наличии одного экрана

$$Q_{\text{рез2}}^3 = \frac{1}{2} C_{132} \cdot \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] = \frac{Q_{\text{рез2}}}{2}, \quad (9.49)$$

где  $Q_{\text{рез2}}$  – результирующий тепловой поток для 2-й поверхности при отсутствии экрана.

Таким образом, идеальный экран снизил теплопередачу излучением в 2 раза.

Если  $\varepsilon_3 < \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , то теплопередача снизится более чем в 2 раза при одной и той же температуре экрана. Теплопередача в СТС уменьшится более чем в 2 раза и при установке реального экрана, когда  $\Delta t_3 > 0$ .

При установке  $n$  идеальных экранов имеет место

$$Q_{\text{рез2}}^3 = \frac{1}{n+1} C_{132} \cdot \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] = \frac{Q_{\text{рез2}}}{n+1}. \quad (9.50)$$

## 9.9. Теплопередача в системе из трех поверхностей. Излучение через отверстия в кладке печей

Решение для расчета теплообмена в системе Поляка из трех серых тел весьма громоздко [29].

Расчет теплообмена в системе из трех тел упрощается для системы из двух параллельных абсолютно черных поверхностей (1-я и 3-я поверхности на рис. 9.12), соединенных идеальной обмуровкой, т.е. поверхностью, совершенно не пропускающей теплоту сквозь себя. Такая картина имеет место при передаче теплоты из печи в цеховое пространство через каналы длиной  $L$  в огнеупорной кладке с низкой теплопроводностью (окно загрузки, окно выдачи и т.д.) (рис. 9.12).

Однако картина теплообмена все же достаточно сложна. Передача энергии от  $F_1$  к  $F_3$  происходит прямым излучением в соответствии с угловым коэффициентом излучения  $\phi_{13}$  и путем переизлучения энергии, полученной поверхностью  $F_2$  от  $F_1$ , на поверхность  $F_3$ . Решение для  $Q_{\text{рез3}}$  имеет вид

$$Q_{\text{рез3}} = C_0 \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] \cdot F_3 \cdot \Phi, (9.51)$$

где  $\Phi$  общепринято называют коэффициентом диафрагмирования (правильнее называть: разрешающий угловой коэффициент излучения). Когда  $L = 0$ , имеем  $\Phi = 1$ . Если  $L = \infty$ , то  $\Phi = 0$ , т.е. вся теплота, попавшая из печи в отверстие, возвращается в печь.



Рис. 9.12. Теплообмен через отверстия в футеровке печи

## 9.10. Теплообмен в простейшей печной системе с излучающим газом

### 9.10.1. Излучение $\text{CO}_2$ и $\text{H}_2\text{O}$

Излучение продуктов полного сгорания топлива (дыма) с крупными твердыми частицами (сажистый углерод, зола, технологическое сырье) имеет сплошной спектр, весьма близкий к серому излучению. Излучение факела жидких и газообразных углеводородов с мелкими твердыми частицами также имеет сплошной спектр, но носит селективный характер. Поскольку спектральная степень черноты запыленных продуктов сгорания не поддается расчету ввиду неопределенности размера твердых частиц и их содержания в дыме, то излучение запыленной газовой среды также весьма неопределенно и потому не представляет интереса в ознакомительном курсе по теплопередаче. В дальнейшем рассматривается излучение незапыленных ("чистых") продуктов сгорания топлива.

Излучение незапыленной газовой среды существенно отличается от излучения твердых тел. В излучении и поглощении лучистой энергии твердыми телами участвует весьма тонкий поверхностный слой. Из-за малой плотности излучение незапыленных газов носит объемный характер, т.е. в излучении участвуют все излучающие молекулы в рабочем пространстве печи. Чем больше излучающих молекул в рабочем пространстве печи, тем выше излучательная способность газовой среды (см. следующий параграф).

Заметное излучение имеют лишь многоатомные газы с числом атомов более двух. Когда молекула состоит из двух различных атомов, например  $\text{CO}$ , то с излучением можно считаться лишь при большом содержании  $\text{CO}$  в дыме (что имеет место при организации малоокислительного нагрева), хотя и в этом случае излучение  $\text{CO}$  заметно уступает излучению  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ .

При небольшом содержании СО в дыме его излучением СО в инженерных расчетах пренебрегают. Молекулы  $N_2$  и  $O_2$  практически не обладают излучательной и поглощательной способностью.

Для практики представляет интерес лишь хорошо изученное излучение продуктов сгорания топлива, содержащих молекулы  $CO_2$  и  $H_2O$ , когда излучательная способность селективной газовой среды  $\epsilon_r$  подается конкретному расчету.

Спектры излучения и поглощения  $CO_2$  и  $H_2O$  весьма сложны (известно излучение на 1500 участках с небольшими интервалами  $\Delta\lambda$ ). Для облегчения теоретических расчетов действительные спектры  $CO_2$  и  $H_2O$  заменяют приближенными (см. рис. 9.4) и условно считают, что излучение и поглощение лучистой энергии имеет место лишь в пределах трех полос в упрощенном спектре для  $CO_2$  с  $\Delta\lambda_1 = 3-2,4 = 0,6$  мкм,  $\Delta\lambda_2 = 4,8-4 = 0,8$  мкм,  $\Delta\lambda_3 = 16,5-12,5 = 4$  мкм и в пределах четырех полос для  $H_2O$  с  $\Delta\lambda_1 = 2-1,7 = 0,3$  мкм,  $\Delta\lambda_2 = 3-2,2 = 0,8$  мкм,  $\Delta\lambda_3 = 8,5-4,8 = 3,7$  мкм,  $\Delta\lambda_4 = 30-12 = 18$  мкм. Полосы поглощения  $CO_2$  частично совпадают с полосами поглощения  $H_2O$ . Спектральные полосы поглощения водяного пара превышают полосы поглощения для  $CO_2$ , вследствие чего поглощательная способность и степень черноты  $H_2O$  больше, чем у  $CO_2$ .

С увеличением температуры ширина полос увеличивается, но поглощательная способность уменьшается, что обязано уменьшению количества молекул  $CO_2$  и  $H_2O$  в рабочем пространстве печи.

### 9.10.2. Закон Бугера. Спектральная поглощательная и излучательная способность

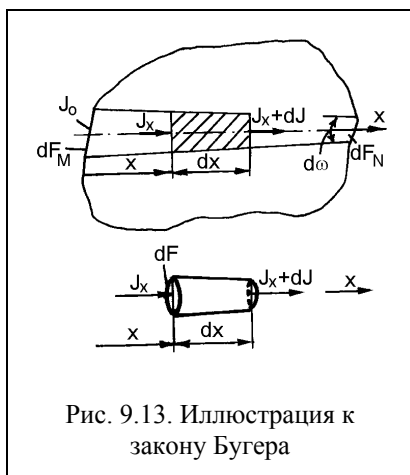


Рис. 9.13. Иллюстрация к закону Бугера

Согласно закону Бугера (рис. 9.13) изменение спектральной угловой плотности излучения  $I_\lambda$  при передаче энергии с  $dF_M$  на  $dF_N$  за счет поглощательной способности газа на длине  $dx$  определяется выражением

$$dI_{\lambda N}^{\Phi} = -I_{\lambda M}^{\Phi} \cdot K_{\lambda} \cdot dx, \quad (9.52)$$

где  $K_{\lambda}$  – спектральный коэффициент поглощения луча  $[m^{-1}]$ .

После интегрирования в (9.52) получим

$$I_{\lambda N}^{\Phi} = I_{\lambda M}^{\Phi} \cdot e^{-K_{\lambda} \cdot r_{MN}},$$

где  $r_{MN}$  – расстояние между площадками  $dF_M$  и  $dF_N$ .

Спектральная элементарная поглощательная способность элементарного объема газовой среды, расположенного между площадками  $dF_M$  и  $dF_N$ , определится следующим образом

$$A_{\lambda MN} = \frac{I_{\lambda M}^{\text{эф}} - I_{\lambda N}^{\text{эф}}}{I_{\lambda M}^{\text{эф}}} = 1 - e^{-K_{\lambda} \cdot r_{MN}}. \quad (9.53)$$

Согласно закону Кирхгофа спектральная излучательная способность элементарного объема среды  $\epsilon_{\lambda MN}$  равна  $A_{\lambda MN}$ .

Коэффициент поглощения  $K_{\lambda}$  зависит от количества излучающих молекул  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  на длине  $r_{MN}$  (закон Бера). Следовательно, элементарная поглощательная способность газовой среды  $A_{\lambda MN}$  будет являться функцией парциального давления излучающих газов и температуры газа в печи, что следует из закона Клапейрона-Менделеева:  $P = \rho \cdot R \cdot T$ . С повышением температуры масса газа в печи уменьшается и, соответственно, уменьшается количество молекул  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  в рабочем пространстве печи. Чем выше концентрация  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  в продуктах сгорания топлива, чем выше общее давление газов в печи, тем выше парциальные давления  $P_{\text{CO}_2}$  и  $P_{\text{H}_2\text{O}}$  и тем больше молекул  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  в рабочем пространстве печи.

Таким образом, элементарная излучательная способность газовой среды равна

$$\epsilon_{\lambda MN} = f(T, P, \% \text{CO}_2, \% \text{H}_2\text{O}, r_{MN}).$$

Для расчетов представляет интерес интегральное излучение и, соответственно, интегральная излучательная способность среды. Зная зависимость  $\epsilon_{\lambda MN} = f(\lambda)$ , интегральным путем определится элементарная интегральная излучательная способность среды

$$\epsilon_{MN} = \int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda MN} d\lambda.$$

### 9.10.3. Эффективная (средняя) длина луча

При проведении детальных расчетов представляет интерес интегральное излучение всего объема газа в рабочем пространстве печи на элементарную площадку нагреваемого тела  $dF$ , а при проведении инженерных расчетов – излучение всего объема газа на всю поверхность нагреваемого тела или кладки. Так появляется понятие о локальной излучательной способности среды  $\epsilon_{VM}$  на элементарную поверхность  $dF_M$  и средней излу-

тельной способности всего объема газа  $\varepsilon_{VF}$  на всю поверхность нагреваемого тела  $F_{\text{ме}}$  или кладки  $F_{\text{кл}}$ .

Расчет  $\varepsilon_{VM}$  (или  $A_{VM}$ ),  $\varepsilon_{VF}$  (или  $A_{VF}$ ) проводится интегральным путем и не всегда может быть доведен до конкретного результата.

На каждую элементарную поверхность  $dF$  металла и кладки излучают слои газа с различной толщиной  $\tau_{MN}$ . С точки зрения математики излучательную способность всего объема среды на  $dF$  или  $F$  можно рассчитать по простой формуле (9.53), путем ввода в расчет средней величины  $\tau_{VM}^{\text{cp}}$  и  $\tau_{VF}^{\text{cp}}$ :

$$\varepsilon_{VM} = A_{VM} = 1 - e^{-K \cdot \tau_{VM}^{\text{cp}}}; \quad (9.54)$$

$$\varepsilon_{VF} = A_{VF} = 1 - e^{-K \cdot \tau_{VF}^{\text{cp}}}, \quad (9.55)$$

где  $K$  – усредненный коэффициент поглощения.

В (9.54) и (9.55)  $\tau_{VM}^{\text{cp}}$  может отличаться от  $\tau_{VF}^{\text{cp}}$ . Так появляется понятие об эффективной длине луча  $S_{VM}^{\text{эф}} = \tau_{VM}^{\text{cp}}$  и  $S_{VF}^{\text{эф}} = \tau_{VF}^{\text{cp}}$ . Сложность проблемы заключается в определении достоверной величины для  $S_{VM}^{\text{эф}}$  и  $S_{VF}^{\text{эф}}$ , которая практически не зависит от длины волны  $\lambda$ . Средняя эффективная длина луча для простых форм рабочего пространства печи определена интегральным путем. Реальное пространство печи для расчета  $S_{VF}^{\text{эф}}$  заменяется эквивалентным.

С точки зрения сущности расчета  $\varepsilon_{VF}$  и  $\varepsilon_{VM}$  излучение всего объема газа  $V^{\Gamma}$  заменяется излучением полусферы радиусом  $R = S_{\text{эф}}$  на площадку  $dF$  в центре шара.

Таким образом, для интегральной излучательной способности имеет место:

$$\varepsilon_{VF} = f(T, P, \%CO_2, \%H_2O, S_{VF}^{\text{эф}}),$$

$$\varepsilon_{VM} = f(T, P, \%CO_2, \%H_2O, S_{VM}^{\text{эф}}).$$

Эти соображения использовались при обработке экспериментальных данных для интегрального излучения  $CO_2$  и  $H_2O$ , которые широко представлены в литературе в виде графиков и таблиц. Вся сложность использования этих графиков и таблиц связана с определением  $S^{\text{эф}}$ .

В результате строгого расчета теплообмена между двумя бесконечными параллельными пластинами с использованием методов численного интегрирования получено

$$S^{\text{эф}} = 1,75 \cdot H, \quad (9.56)$$

где  $H$  – расстояние между пластинами.

При теплообмене в бесконечном цилиндре строгое решение приводит к результату

$$S^{\text{эф}} = 0,9 \cdot D, \quad (9.57)$$

где  $D$  – диаметр цилиндра.

При теплообмене в шаровой полости в первом приближении можно положить:  $S_{\text{эф}} = 0,5 \cdot D$ . Но, поскольку, практическая минимальная толщина слоя газа в соответствии с законом Ламберта больше нуля, то  $S_{\text{эф}} > 0,5 \cdot D$ . Согласно строгому решению

$$S^{\text{эф}} = 0,6 \cdot D. \quad (9.58)$$

Реальные печные системы как для расчета угловых коэффициентов излучения, так и для расчета эффективной толщины слоя газа  $S_{VF}^{\text{эф}}$  заменяются эквивалентной шаровой полостью. Для простейшей печной системы имеем:

$$F_{\text{шар}}^{\text{экв}} = F_{\text{кл}} + F_{\text{ме}}, \quad (9.59)$$

$$V_{\text{шар}}^{\text{экв}} = V_{\text{печ}}^{\Gamma} = V_{\text{печ}} - V_{\text{ме}}, \quad (9.60)$$

где  $V_{\text{печ}}^{\Gamma}$  – объем газа в печи,  $V_{\text{печ}}$  – объем рабочего пространства печи,  $V_{\text{ме}}$  – объем материала в печи.

Поскольку  $F_{\text{шар}}^{\text{экв}} = 4 \cdot \pi \cdot (R_{\text{шар}}^{\text{экв}})^2$  и  $V_{\text{шар}}^{\text{экв}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R_{\text{шар}}^{\text{экв}})^3$ , то имеет место

$$\frac{V_{\text{шар}}^{\text{экв}}}{F_{\text{шар}}^{\text{экв}}} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R_{\text{шар}}^{\text{экв}})^3}{4 \cdot \pi \cdot (R_{\text{шар}}^{\text{экв}})^2} = \frac{V_{\text{печ}}^{\Gamma}}{F_{\text{кл}} + F_{\text{ме}}},$$

откуда следует

$$R_{\text{шар}}^{\text{экв}} = \frac{3 \cdot V_{\text{печ}}^{\Gamma 3}}{F_{\text{кл}} + F_{\text{ме}}}. \quad (9.61)$$

Подставив (9.61) в (9.58), найдем, что для реальных печных систем эффективная толщина слоя газа будет

$$S_{VF}^{\text{эф}} = 3,6 \cdot \frac{V_{\text{печ}}^{\Gamma}}{F_{\text{кл}} + F_{\text{ме}}} . \quad (9.62)$$

Для продуктов полного сгорания топлива  $\varepsilon_{VF}$  часто обозначается через  $\varepsilon_0$  и определяется по формуле:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{CO}_2} + \mu \cdot \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta\varepsilon_0 , \quad (9.63)$$

где  $\varepsilon_{\text{CO}_2}$  и  $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$  – интегральные степени черноты  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ ;  $\mu$  – поправка, учитывающая отклонение в излучении  $\text{H}_2\text{O}$  от закона Бугера и закона Бера и изменяющаяся от 1 до 1,55;  $\Delta\varepsilon_0$  – поправка на взаимное поглощение  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ . Эти поправки представлены в литературе в виде графиков.

Учитывая общую невысокую точность расчетов интегральной степени черноты газов, поправками в (9.63) часто пренебрегают ( $\mu \approx 1$ ,  $\Delta\varepsilon_0 \approx 0$ ).

#### **9.10.4. Расчет теплообмена в системе Поляка из двух серых изотермических поверхностей при наличии серого газа**

При лучистом теплообмене в рабочем пространстве печи обычно участвует не менее трех поверхностей: факел, кладка и металл. Факел окружен продуктами горения топлива, излучение которых существенно отличается от излучения твердых поверхностей. В печи может иметь место и развитое водяное охлаждение (мартеновские печи, методические печи), что увеличивает количество поверхностей и усложняет расчет теплообмена. Достоверный расчет теплообмена в реальной печи может быть выполнен лишь с помощью ЭВМ.

В литературе известно решение для расчета теплообмена в системе с серыми твердыми поверхностями для факела, кладки и металла при наличии серого газа [30]. Из-за сложности решение не приводится.

В инженерных расчетах широко используются формулы для расчета теплообмена в простейшей печной системе Поляка, состоящей из серого газа, серой кладки и серого металла.

Расчет теплообмена в этой системе аналогичен расчету теплообмена при отсутствии лучепоглощающей среды (см. раздел 9.7). Учитывается теплоотдача от газа (индексы "0" или "г") к поверхности металла ( $i = 2$ ) и кладки ( $i = 1$ )

$$Q_{\text{пад}i}^{\Gamma} = C_0 \cdot \varepsilon_i^{\Gamma} \cdot \left( \frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 \cdot F_i$$

и ослабление лучей газом при их прохождении между твердыми поверхностями



$$Q_{\text{пад}ik} = Q_{\text{эф}k} \cdot \overline{\varphi}_{ki}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{ki}^r) \text{ при } i = 1, 2 \text{ и } k = 1, 2,$$

где  $\varepsilon_i^r$  – излучательная способность газа относительно  $i$ -й поверхности;  
 $A_{ki}^r$  – поглощательная способность газа при прохождении излучения от  $k$ -й к  $i$ -й поверхности.

Результирующий тепловой поток для металла определится следующим образом

$$\begin{aligned} Q_{\text{рез}2} = Q_{\text{пог}2} - Q_{\text{сб}2} = A_2 \cdot Q_{\text{пад}2} - Q_{\text{сб}2} = A_2 \cdot \left[ C_0 \cdot \varepsilon_2^r \cdot \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 \cdot F_2 + \right. \\ \left. + Q_{\text{эф}1} \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{12}^r) + Q_{\text{эф}2} \cdot \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{22}^r) \right] - C_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot F_2. \end{aligned} \quad (9.64)$$

При известных температурах  $T_1$  и  $T_2$  в уравнении (9.64) имеются 3 неизвестных:  $Q_{\text{рез}2}$ ,  $Q_{\text{эф}1}$  и  $Q_{\text{эф}2}$ . Используя формулу Поляка (9.19), можно выразить  $Q_{\text{эф}1}$  и  $Q_{\text{эф}2}$  через  $Q_{\text{рез}1}$  и  $Q_{\text{рез}2}$ . Тогда уравнение (9.64) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\text{рез}2}}{A_2} \cdot \left[ 1 - (1 - A_2) \cdot \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{22}^r) \right] - \frac{Q_{\text{рез}1}}{A_1} \cdot (1 - A_1) \cdot \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{12}^r) = \\ = C_0 \varepsilon_2^r \cdot \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 F_2 + \frac{Q_{\text{сб}1}}{A_1} \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{12}^r) + \frac{Q_{\text{сб}2}}{A_2} \cdot \left[ \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{22}^r) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (9.65a)$$

В общем случае  $Q_{\text{рез}1} \neq Q_{\text{рез}2}$ . Поэтому нужно составить аналогичное уравнение для 1-й поверхности.

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\text{рез}1}}{A_1} \cdot \left[ 1 - (1 - A_1) \cdot \overline{\varphi}_{11}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{11}^r) \right] - \frac{Q_{\text{рез}2}}{A_2} \cdot (1 - A_2) \cdot \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{21}^r) = \\ = C_0 \varepsilon_1^r \cdot \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 F_1 + \frac{Q_{\text{сб}2}}{A_2} \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{21}^r) + \frac{Q_{\text{сб}1}}{A_1} \cdot \left[ \overline{\varphi}_{11}^{\text{эф}} \cdot (1 - A_{11}^r) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (9.65б)$$

В результате получим систему двух уравнений (9.65) с двумя неизвестными:  $Q_{\text{рез}1}$ , и  $Q_{\text{рез}2}$ . Решение этой системы при допущениях:  $\varepsilon_1^r = \varepsilon_2^r = A_{12}^r = A_{21}^r = A_{11}^r = A_{22}^r = \varepsilon_0$ ,  $\varphi_{12} = \overline{\varphi}_{12}^{\text{эф}}$ ,  $\varphi_{21} = \overline{\varphi}_{21}^{\text{эф}}$ ,  $\varphi_{11} = \overline{\varphi}_{11}^{\text{эф}}$ ,  $\varphi_{22} = \overline{\varphi}_{22}^{\text{эф}}$  и замене  $T_r$  на  $T_0$  имеет вид:

$$Q_{\text{рез}1} = C_0 \varepsilon_{021}^{\text{сис}} \left[ \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 \right] F_1 + C_0 \varepsilon_{201}^{\text{сис}} \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 \right] F_1 \varphi_{12}, \quad (9.66a)$$

$$Q_{\text{рез2}} = C_0 \varepsilon_{012}^{\text{сис}} \left[ \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_2 + C_0 \varepsilon_{102}^{\text{сис}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_2 \varphi_{21}, \quad (9.66б)$$

$$\text{где} \quad \varepsilon_{021}^{\text{сис}} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot [1 - (\varphi_{22} - \varphi_{12}) \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot (1 - \varepsilon_2)] / C, \quad (9.67а)$$

$$\varepsilon_{012}^{\text{сис}} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot [1 - (\varphi_{11} - \varphi_{21}) \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot (1 - \varepsilon_1)] / C, \quad (9.67б)$$

$$\varepsilon_{201}^{\text{сис}} = \varepsilon_{102}^{\text{сис}} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot (1 - \varepsilon_0) / C \quad (9.67в)$$

– степень черноты системы "кладка-металл" при участии газа;

$$C = [1 - \varphi_{11} \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot (1 - \varepsilon_1)] \cdot [1 - \varphi_{21} \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot (1 - \varepsilon_1)] - \\ - \varphi_{12} \cdot \varphi_{21} \cdot (1 - \varepsilon_0)^2 \cdot (1 - \varepsilon_1) \cdot (1 - \varepsilon_2). \quad (9.67г)$$

В расчетах кладку печи чаще всего принимают адиабатной с точки зрения теплообмена излучением. Считают: тепловые потери через кладку покрываются конвективной теплоотдачей от газа к кладке.

Таким образом, теплота, полученная адиабатной кладкой излучением от газа, передается излучением нагреваемому металлу, т.е. кладка выступает как посредник в передаче теплоты от газа к нагреваемому металлу. Результирующий тепловой поток для адиабатной кладки равен нулю.

Температура адиабатной кладки  $T_1^A$  определится из выражения (9.66а) при  $Q_{\text{рез1}} = 0$

$$C_0 \cdot \varepsilon_{021}^{\text{сис}} \cdot \left[ \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_1^A}{100} \right)^4 \right] \cdot F_1 = C_0 \cdot \varepsilon_{201}^{\text{сис}} \cdot \left[ \left( \frac{T_1^A}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F_1 \cdot \varphi_{12}.$$

Подставляя  $T_1^A$  в (9.66б) для системы с  $\varphi_{22} = 0$ , получим широко известную формулу В.Н. Тимофеева

$$Q_{\text{рез2}} = C_0 \cdot \varepsilon_{012}^{\text{сиса}} \cdot \left[ \left( \frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{М}}}{100} \right)^4 \right] \cdot F_2, \quad (9.68)$$

где  $\varepsilon_{012}^{\text{сиса}}$  – степень черноты системы "газ - адиабатная кладка - металл"

$$\varepsilon_{012}^{\text{сиса}} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot [1 + \varphi_{12} \cdot (1 - \varepsilon_0)]}{\varepsilon_0 + \varphi_{12} \cdot (1 - \varepsilon_0) \cdot [1 + (1 - \varepsilon_2) \cdot (1 - \varepsilon_0)]}. \quad (9.69)$$

Для системы с шаровой полостью ( $\varphi_{12} = \varphi_{22} = F_2 / (F_2 + F_1)$ ,  $\varphi_{21} = \varphi_{11} = F_1 / (F_2 + F_1)$ ) получим формулу И.Д. Семикина:

$$Q_{\text{рез2}} = C_0 \cdot \varepsilon_{012}^{\text{сиса}} \cdot \left[ \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \varphi_{21} \cdot F_2, \quad (9.70)$$

где

$$\varepsilon_{012}^{\text{сиса}} = \frac{\varepsilon_2 \varphi_{12}}{\varepsilon_0 + \varphi_{12} \cdot \varepsilon_2 \cdot (1 - \varepsilon_0)}. \quad (9.71)$$

Применение ЭВМ позволяет решить проблему селективного излучения, но для этого нужно знать достоверную картину для спектрального излучения, т.е. функции  $\varepsilon_{\lambda,1} = f_1(\lambda)$ ,  $\varepsilon_{\lambda,2} = f_2(\lambda)$  и, самое главное, функцию  $\varepsilon_{\lambda,0} = f_0(\lambda)$  для излучающе-поглощающей среды. Лучше всего изучено селективное излучение  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ .

Достоверный расчет теплообмена в реальных печных системах, для которых  $\varphi^{\text{эф}} \neq \varphi^{\text{соб}}$ , как и расчет селективного излучения (или при их одновременном учете), можно осуществить лишь при использовании ЭВМ.

## Часть 3. Глава 10. Топливо и его сжигание

### 10.1. Классификация и состав топлива

По потреблению энергии можно судить об уровне развития страны. Основными видами энергии являются тепловая и электрическая. Самым мощным источником получения тепловой энергии является топливо. Тепловую энергию из топлива получают в процессе сгорания, который представляет собой бурно протекающую химическую реакцию окисления.

Но не все вещества, способные выделять тепловую энергию при соединении с кислородом, можно считать топливом. Топливом принято называть вещества, удовлетворяющим особым требованиям:

- 1) продукты сгорания должны быть в газообразном состоянии;
- 2) продукты сгорания должны быть безвредны для человека и окружающей среды;
- 3) должны быть большие запасы таких веществ.

Этим требованиям удовлетворяют углерод С, водород Н, а также их химические соединения, которые, как правило, имеют органическое происхождение. Такие вещества как алюминий Al, сера S, кремний Si, фосфор Р и железо Fe, являющиеся источниками теплоты в конверторном процессе, не могут быть причислены к топливу.

Органический мир планеты является основным поставщиком топлива.

Топливо в естественном виде не всегда может быть использовано в практике. Естественное топливо, подвергнутое перед использованием термической или механической обработке, а также топливо, получаемое в виде побочного продукта каких-либо технологических процессов, называют искусственным топливом. Классификация топлив приведена в табл. 10.1, в основу которой положены агрегатное состояние и происхождение топлива.

Таблица 10.1

Классификация топлив

Агрегатное состояние	Происхождение	
	естественное	искусственное
Твердое	Дрова, торф, бурый и каменный уголь, горючие сланцы	Древесный уголь, брикеты, кокс, угольная пыль
Жидкое	Нефть	Бензин, керосин, мазут, смола, масла, спирт
Газообразное	Природный газ, попутный газ	Коксовый, доменный, конвертерный, ферросплавный, генераторный и водяной газ

### 10.1.1. Состав топлива

Ниже рассматривается лишь горение газообразного топлива, которое состоит из горючих и негорючих компонентов. К горючим компонентам относятся: оксид углерода  $\text{CO}$ , водород  $\text{H}_2$ , метан  $\text{CH}_4$  и углеводороды  $\text{C}_m\text{H}_n$ . К негорючим относятся: диоксид углерода (углекислый газ)  $\text{CO}_2$ , диоксид серы (сернистый газ)  $\text{SO}_2$ , водяной пар  $\text{H}_2\text{O}$  и азот  $\text{N}_2$ .

Различают сухой и влажный газ, последний называют рабочим. Для сухого газа при записи каждого компонента используется индекс "с" (например:  $\text{CO}^c$ ,  $\text{CO}_2^c$ ,  $\text{CH}_4^c$  и т.д.), а для влажного газа индекс "в" или "р" ( $\text{CO}^b$ ,  $\text{CO}_2^b$ ,  $\text{CH}_4^b$  или  $\text{CO}^p$ ,  $\text{CO}_2^p$ ,  $\text{CH}_4^p$  и т.д.).

В газоанализаторах определяется состав сухого газа, а в расчетах оперируют составом влажного газа. Состав влажного газа рассчитывается по составу сухого газа и влажности газа  $f$  [г/м<sup>3</sup>], представляющей количество граммов водяного пара, приходящимся на 1 м<sup>3</sup> сухого газа при нормальных условиях ( $t = 0^\circ\text{C}$  и  $P = 760$  мм рт. ст.). Имеем соотношение для каждого  $i$ -го компонента газа

$$\mathcal{E}_i^p = K_{\text{св}} \cdot \mathcal{E}_i^c, \quad (10.1)$$

где

$$K_{\text{св}} = \frac{1}{1 + 0,001242 \cdot f}, \quad (10.2)$$

– коэффициент пересчета с сухого газа  $\mathcal{E}_i^c$  на влажный  $\mathcal{E}_i^p$ .

Коэффициент пересчета  $K_{\text{св}}$  может быть определен и по формуле:

$$K_{\text{св}} = \frac{100 - \text{H}_2\text{O}^p}{100}, \quad (10.3)$$

где

$$\text{H}_2\text{O}^p = \frac{100 \cdot f}{803,6 + f} [\%] \quad (10.4)$$

– содержание водяных паров во влажном газе, выраженное в процентах. В (10.4) величина влажности  $f$  выражена в [г/м<sup>3</sup>]; 803,6 г/м<sup>3</sup> – плотность водяных паров при нормальных условиях (н.у.).

## 10.2. Теплота сгорания топлива

### 10.2.1. Высшая и низшая теплота сгорания топлива

Теплота сгорания топлива показывает сколько теплоты выделяется при полном сгорании единицы топлива. Обозначается через  $Q^V$  [Дж/м<sup>3</sup>] – объемная теплота сгорания и через  $Q^M$  [Дж/кг] – массовая теплота сгорания.

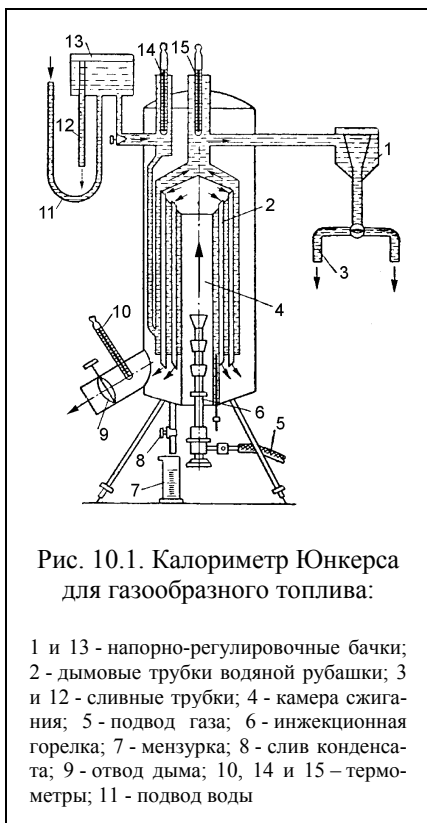


Рис. 10.1. Калориметр Юнкера для газообразного топлива:

1 и 13 - напорно-регулирующие бачки; 2 - дымовые трубки водяной рубашки; 3 и 12 - сливные трубки; 4 - камера сжигания; 5 - подвод газа; 6 - инжекционная горелка; 7 - мензурка; 8 - слив конденсата; 9 - отвод дыма; 10, 14 и 15 – термометры; 11 - подвод воды

Теплота сгорания топлива – важнейшая характеристика топлива. Различают богатые виды топлива с высокой теплотой сгорания (природный газ, коксовый газ, мазут) и бедные виды топлива с низкой теплотой сгорания (доменный газ, генераторный газ).

Различают высшую теплоту сгорания топлива  $Q_B^P$  и низшую теплоту сгорания топлива  $Q_H^P$ . Низшая теплота сгорания топлива представляет довольно сложное понятие.

Теплота сгорания топлива определяется экспериментальным путем в калориметре (см. рис. 10.1). В процессе эксперимента продукты горения передают теплоту воде. Расход газа за опыт  $V_r$  измеряется газовым счетчиком. Расход воды за опыт  $m_{\text{вод}}$  также известен. Температура воды на входе  $t_{\text{вод.н}}$  в калориметре и на выходе из калориметра  $t_{\text{вод.к}}$  измеряются термометрами в установившемся состоянии.

Желательно провести опыт так, чтобы температура уходящего из калориметра дыма  $t_d$  примерно равнялась температуре воздуха  $t_b$  и температуре топлива  $t_r$ , т.е.  $t_d = t_b = t_r$ . Тогда теплота сгорания будет равна

$$Q = \frac{m_{\text{вод}} \cdot c_{\text{вод}} \cdot (t_{\text{вод.к}} - t_{\text{вод.н}}) + Q_{\text{пот}}}{V_r}, \quad (10.5)$$

где  $Q_{\text{пот}}$  – тепловые потери калориметра за опыт.

Если  $t_d < 100\text{ }^\circ\text{C}$ , что имеет место в опыте, то  $\text{H}_2\text{O}$  покидает калориметр в виде жидкости. В факеле  $\text{H}_2\text{O}$  находится в виде пара. При переходе  $\text{H}_2\text{O}$  из пара в жидкость выделяется скрытая теплота парообразования, которая усваивается водой в калориметре.

Как известно из физхимии, тепловой эффект реакции зависит от температуры, поскольку теплосодержание веществ, вступающих в реакцию, не равно теплосодержанию продуктов реакции при одной и той же температуре.

Если опыты проводить при различных температурах (но при условии  $t_d = t_b = t_r$ ), то получим различные значения  $Q$ . Высшая теплота сгорания  $Q_b^p$  отвечает случаю, когда  $t_d = t_b = t_r = 0\text{ }^\circ\text{C}$ . При проведении опыта выдерживать это условие невозможно и в формулу (10.5) вводятся поправки, учитывающие отклонение  $t_d$ ,  $t_b$  и  $t_r$  от  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .

Низшая теплота сгорания топлива имеет место, когда  $\text{H}_2\text{O}$  покидала бы калориметр в виде пара. В этом случае, отсутствует конденсация водяных паров и вода при одном и том же расходе газа за опыт  $v_r$  получит теплоты меньше. Разумно принять стандартную температуру в  $100\text{ }^\circ\text{C}$ . Однако стандартная температура для  $Q_n^p$  принята равной  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . Поэтому  $Q_n^p$  не определяется экспериментальным путем, а рассчитывается при известной  $Q_b^p$  из формулы:

$$Q_b^p - Q_n^p = 2018 \cdot V_{\text{H}_2\text{O}} [\text{кДж} / \text{м}^3], \quad (10.6)$$

где  $V_{\text{H}_2\text{O}} [\text{м}^3/\text{м}^3 \text{ газа}]$  – объем влаги, образующийся при сгорании  $1\text{ м}^3$  газа,  $2018\text{ кДж}/\text{м}^3$  ( $600\text{ ккал}/\text{кг}$ ) – условная теплота конденсации водяных паров, учитывающая в себе истинную теплоту конденсации и теплоту, выделяющуюся при охлаждении пара до  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .

Не вдаваясь в тонкости трактовки теплоты сгорания, под низшей теплотой сгорания топлива  $Q_n^p$  можно считать теплоту, которая собственно выделяется при горении топлива, а под высшей  $Q_b^p$  – теплоту, которая определяется из эксперимента при  $t_d < 100\text{ }^\circ\text{C}$ . Для металлургических печей представляет интерес  $Q_n^p$ , т.к. температура дыма, как правило, значительно выше температуры конденсации водяных паров. В современных котельных, использующих жидкостные дымовые трубы, в результате теплообмена внутри котла температура уходящего дыма меньше  $100\text{ }^\circ\text{C}$  и понятие  $Q_b^p$  приобретает практический смысл.

### 10.2.2. Теплота сгорания важнейших компонентов газообразного топлива

Значения теплоты сгорания важнейших компонентов газообразного топлива приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Теплота сгорания некоторых газов

Газ	Формула	$Q_n^p$ (кДж/м <sup>3</sup> )
Оксид углерода	CO	12770
Водород	H <sub>2</sub>	10800
Метан	CH <sub>4</sub>	35800
Этан	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	63600
Пропан	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	91300
Бутан	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	118500
Пентан	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	146500

### 10.2.3. Расчет теплоты сгорания топлива

Теплота сгорания газообразного топлива рассчитывается по известным значениям теплоты сгорания для горючих компонентов топлива

$$Q_n^p = Q_{n(\text{co})}^p \cdot V_{\text{co}}^p + Q_{n(\text{H}_2)}^p \cdot V_{\text{H}_2}^p + Q_{n(\text{CH}_4)}^p \cdot V_{\text{CH}_4}^p + Q_{n(\text{C}_m\text{H}_n)}^p \cdot V_{\text{C}_m\text{H}_n}^p, \quad (10.7)$$

где  $V_{\text{co}}^p = \text{CO}^p / 100$  [м<sup>3</sup> CO / м<sup>3</sup> газа],  $V_{\text{H}_2}^p = \text{H}_2^p / 100$  [м<sup>3</sup> H<sub>2</sub> / м<sup>3</sup> газа],  $V_{\text{CH}_4}^p = \text{CH}_4^p / 100$  [м<sup>3</sup> CH<sub>4</sub> / м<sup>3</sup> газа] и т.д.

Разделив  $Q_{n(i)}^p$  на 100, получим

$$Q_n^p = 127,7 \cdot \text{CO}^p + 108 \cdot \text{H}_2^p + 358 \cdot \text{CH}_4^p + 636 \cdot \text{C}_2\text{H}_6^p + 913 \cdot \text{C}_3\text{H}_8^p + 1185 \cdot \text{C}_4\text{H}_{10}^p + 1465 \cdot \text{C}_5\text{H}_{12}^p \quad [\text{кДж/м}^3], \quad (10.8)$$

где  $\text{CO}^p$ ,  $\text{H}_2^p$ ,  $\text{CH}_4^p$ ,  $\text{C}_2\text{H}_6^p$ ,  $\text{C}_3\text{H}_8^p$ ,  $\text{C}_4\text{H}_{10}^p$ ,  $\text{C}_5\text{H}_{12}^p$  – выражены в процентах. Углеводороды, типа C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>, C<sub>5</sub>H<sub>12</sub> обычно содержатся в небольшом количестве в природном газе.

Нахождение теплоты горения твердого и жидкого топлива расчетным способом носит приближенный характер, так как это топливо анализируют не по химическим соединениям, а лишь по химическим элементам. Теплота сгорания такого топлива определяется по формуле Менделеева:

$$Q_n^p = 340 \cdot \text{C}^p + 1030 \cdot \text{H}^p - 109 \cdot (\text{O}^p - \text{S}^p) - 25 \cdot \text{W}^p \quad [\text{кДж/кг}], \quad (10.9)$$



где  $C^P$ ,  $H^P$ ,  $O^P$  и  $S^P$  – составляющие топлива, выраженные в процентах;  $W^P$  – влажность топлива, выраженная в процентах на влажную (рабочую) массу.

Теплота сгорания углерода (C) равна 34100 кДж/кг.

Часто считают, что природный газ практически состоит из одного метана с теплотой сгорания  $Q_{н}^P \approx 36000$  кДж/м<sup>3</sup>.

Наряду с теплотой сгорания природного газа, желательно, чтобы каждый металлург знал состав и теплоту сгорания других топлив, используемых в черной металлургии.

Доменный газ. Имеется на заводах с полным металлургическим циклом. Содержит:  $CO^P \sim 30\%$ ,  $CO_2^P \sim 10\%$ , остальное – практически азот. Теплота сгорания

$$Q_{н(дг)}^P = Q_{н(со)}^P \cdot V_{со}^P = 12770 \cdot 0,30 \approx 4000 \text{ кДж/м}^3.$$

Коксовый газ. Продукт производства кокса. Содержит  $H_2^P \sim 60\%$ ,  $CH_4^P \sim 25\%$ . Теплота сгорания равна

$$Q_{н(кг)}^P = Q_{н(сн_4)}^P \cdot V_{сн_4}^P + Q_{н(н_2)}^P \cdot V_{н_2}^P = 35580 \cdot 0,25 + 10800 \cdot 0,60 \approx 15000 \text{ кДж/м}^3.$$

Коксовый газ беднее природного газа примерно в 2 раза и богаче доменного газа в 4 раза.

Мазут. Содержит 86-87 %  $C^P$  и 12-13 %  $H^P$ . Теплота сгорания примерно 40000 кДж/кг.

#### 10.2.4. Условное топливо

Вводится для сравнения эффективности печей, работающих в одинаковых условиях, но на различном топливе. Теплота сгорания условного топлива принимается равной  $Q_{н(ут)}^P = 29308$  кДж/кг (7000 ккал/кг), что отвечает теплоте сгорания кокса или хорошего каменного угля.

Таким образом, при сравнении эффективности работы печей принимается, что они как бы работают на каменном угле, но с различным удельным расходом угля на единицу продукции

$$B_{ут} = \frac{b}{29308} \text{ (кг усл.топл. / кг продукции)}, \quad (10.10)$$

где  $b$  [кДж/кг] – действительный расход теплоты на производство единицы продукции.

Чаше всего, оперируют с удельным расходом условного топлива на 1 тонну продукции.

### 10.3. Расчеты процесса горения

Кислород, необходимый для реакции горения (окисления), поступает с вентиляторным воздухом, часовой расход которого, как и часовой расход газа, фиксируется измерительными приборами на печи. Чтобы выбрать нужный вентилятор для печи, необходимо знание расхода воздуха для полного сжигания 1 м<sup>3</sup> газа. Для организации дымовой тяги необходимо знание выхода дыма при сгорании 1 м<sup>3</sup> газа. Результаты расчетов горения топлива используются при расчете максимальной (калориметрической) температуры горения и в расчетах теплообмена излучением.

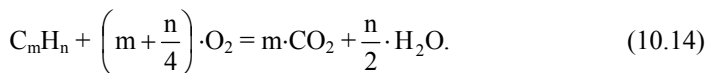
Минимальное количество кислорода и воздуха, при которых осуществляется полное горение топлива, называется теоретическим расходом кислорода или воздуха. Теоретический расход кислорода, воздуха и теоретический выход дыма определяются из химических реакций окисления. Для важнейших горючих компонентов любых видов топлива имеет место:



В химии реакцию горения СО читают так: на 1 моль СО требуется полмоля О<sub>2</sub> и образуется 1 моль СО<sub>2</sub>.

1 килограмм-моль любых газов при нормальных условиях ( $t = 0^\circ\text{C}$ ,  $P = 760$  мм рт. ст.) занимает объем 22,4 м<sup>3</sup>. Тогда эту реакцию можно прочитать так: на 22,4 м<sup>3</sup> СО требуется 11,2 м<sup>3</sup> О<sub>2</sub> и образуется 22,4 м<sup>3</sup> СО<sub>2</sub>. После деления на 22,4, реакция окисления СО в теплотехнике читается следующим образом: при сжигании 1 м<sup>3</sup> СО требуется 0,5 м<sup>3</sup> О<sub>2</sub> и образуется 1 м<sup>3</sup> СО<sub>2</sub>. Аналогичным образом читаются и все остальные реакции.

В природном газе наряду с CH<sub>4</sub> содержатся C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>, C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>, C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, C<sub>5</sub>H<sub>12</sub>. Реакцию горения тяжелых углеводородов C<sub>m</sub>H<sub>n</sub> можно выразить одной формулой:



Формула (10.14) справедлива и для метана. Учитывая особое значение CH<sub>4</sub> для металлургических газов, мы выделяем метан из тяжелых углеводородов при определении расхода кислорода, воздуха и выхода продуктов сгорания топлива (дыма).

Теоретический расход кислорода определится по формуле:

$$L_{O_2}^r = 0,5V_{CO} + 0,5V_{H_2} + 2V_{CH_4} + \sum \left[ \left( m + \frac{n}{4} \right) C_m H_n \right] - V_{O_2}, \quad (10.15)$$

где  $L_{O_2}^r$  [ $m^3 O_2 / m^3$  газа];  $V_{CO}$  [ $m^3/m^3$ ] – объем CO в 1  $m^3$  влажного газа;  $V_{O_2}$  [ $m^3/m^3$ ] – объем  $O_2$  в 1  $m^3$  влажного газа и т.д.

Для упрощения записи индекс "r", говорящий о рабочем газе, опущен.

Поскольку  $V_{CO} = CO/100$ ,  $V_{H_2} = H_2/100$ ,  $V_{CH_4} = CH_4/100$  и т.д., где CO,  $H_2$ ,  $CH_4$  – содержание соответствующего газа во влажном газообразном топливе, выраженное в процентах, формуле (10.15) придадим литературный вид

$$L_{O_2}^r = \left[ 0,5CO + 0,5H_2 + 2CH_4 + \sum \left[ \left( m + \frac{n}{4} \right) C_m H_n \right] - O_2 \right] \cdot 0,01. \quad (10.16)$$

Теоретический расход воздуха определится из пропорции:

■ в 1  $m^3$  воздуха содержится  $K_{O_2} = O_2^B / 100$  [ $m^3$ ] кислорода;

■ в  $L_B^r$  [ $m^3$ ] воздуха должно содержаться  $L_{O_2}^r$  [ $m^3$ ] кислорода.

Следовательно

$$L_B^r = L_{O_2}^r / K_{O_2} \quad [m^3 \text{ возд.} / m^3 \text{ газа}] \quad (10.17)$$

или

$$L_B^r = \frac{\left\{ 0,5CO + 0,5H_2 + 2CH_4 + \sum \left[ \left( m + \frac{n}{4} \right) C_m H_n \right] - O_2 \right\} \cdot 0,01}{K_{O_2}}, \quad (10.18)$$

где  $K_{O_2}$  – объемная доля кислорода в воздухе. Формула (10.17) справедлива для влажного и для обогащенного воздуха, т.е. для воздуха с повышенным содержанием кислорода. Обычно расчеты ведут на сухой атмосферный воздух с содержанием  $O_2^B = 21 \%$  и  $N_2^B = 79 \%$  ( $K_{O_2} = 0,21$ ,  $K_{N_2} = 0,79$ ).

Влажность воздуха можно учесть различными способами. Наиболее простой способ заключается в определении коэффициента пересчета для влажного воздуха  $K_{св}^B$  по известной величине  $f_B$  и определении состава влажного воздуха (аналогично тому, как это делается для газа). Определив действительную концентрацию кислорода во влажном воздухе  $O_2^{BB}$  и соот-

ответственно  $K_{O_2}^{bb}$ , по формуле (10.18) определяется расход влажного воздуха. Индекс "вв" означает влажный воздух.

Чтобы топливо заведомо сгорело в печи, действительный расход воздуха  $L_b^d$  превышает теоретический  $L_b^t$ . Отношение действительного расхода воздуха к теоретическому называется коэффициентом расхода воздуха "п"

$$n = L_b^d / L_b^t. \quad (10.19)$$

Для хорошо работающих горелок величина  $n$  равна 1,05-1,10.

При  $n < 1$  имеет место химический недожог топлива. Теплоту недожога топлива, отнесенную к 1 м<sup>3</sup> топлива, обозначим через  $q_{нед}$  [Дж/м<sup>3</sup>].

Недожог топлива ухудшает показатели работы печи, т.к. приводит к перерасходу топлива и к повышению себестоимости продукции. Тем не менее, в печах прокатного производства в конце нагрева с целью снижения угара металла сознательно идут на недожог топлива, поскольку стоимость потеряннного металла во многом превышает затраты топлива. Кроме того, удаление окалины весьма трудоемкая операция. При прокатке может производиться и запрессовка окалины, что приводит к браку продукции.

Ориентировочный теоретический расход воздуха при  $O_2^b = 21\%$  можно определять по формуле, широко используемой в практике:

$$L_b^t = \frac{Q_n^p}{4200},$$

где  $Q_n^p$  выражено в кДж/м<sup>3</sup>.

Для природного газа  $L_{впг}^t = 9,0-9,5$  [м<sup>3</sup> возд. / м<sup>3</sup> газа], для коксового газа  $L_{вкг}^t = 4,0-4,5$  [м<sup>3</sup> возд. / м<sup>3</sup> газа], для доменного газа  $L_{вдг}^t = 0,8-1,0$  [м<sup>3</sup> возд. / м<sup>3</sup> газа].

Продукты полного сгорания топлива содержат CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub> и O<sub>2</sub>. Усвоив реакции горения и вывод  $L_{O_2}$ ,  $L_b$ , нетрудно получить следующие формулы для выхода продуктов сгорания  $V_i^d$  [м<sup>3</sup> дыма / м<sup>3</sup> газа]  $i$ -го компонента дыма при сжигании 1 м<sup>3</sup> топлива:

$$V_{CO_2}^d = [CO + CO_2 + CH_4 + \sum (m \cdot C_m H_n)] \cdot 0,01 \text{ [м}^3 \text{ CO}_2 \text{ / м}^3 \text{ газа]}, \quad (10.20)$$

$$V_{H_2O}^d = [H_2 + 2 \cdot CH_4 + \sum \left( \frac{n}{2} \cdot C_m H_n \right) + H_2O + L_{BB}^d \cdot H_2O^{BB}] \cdot 0,01 \text{ [м}^3 \text{ H}_2\text{O} / \text{м}^3 \text{ газа]}, \quad (10.21)$$

$$V_{N_2}^d = (N_2 + L_{BB}^d \cdot N_2^{BB}) \cdot 0,01 \text{ [м}^3 \text{ N}_2 / \text{м}^3 \text{ газа]}, \quad (10.22)$$

$$V_{O_2}^d = L_{BB}^{изб} \cdot O_2^{BB} \cdot 0,01 = L_{BB}^r \cdot (n-1) \cdot O_2^{BB} \cdot 0,01 \text{ [м}^3 \text{ O}_2 / \text{м}^3 \text{ газа]}, \quad (10.23)$$

где индекс "д" говорит о содержании компонентов в дыме; CO, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, C<sub>m</sub>H<sub>n</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O – компоненты топлива.

Кислород в продуктах горения обязан избыточному воздуху  $L_{BB}^{изб} = L_{BB}^d - L_{BB}^r$ . В формулах используется концентрация кислорода, азота и влаги во влажном воздухе, о чем говорит двойной индекс "вв".

Общий выход продуктов горения (дыма) будет

$$V_d = V_{CO_2}^d + V_{H_2O}^d + V_{N_2}^d + V_{O_2}^d \text{ [м}^3 \text{ дыма} / \text{м}^3 \text{ газа]}. \quad (10.24)$$

Состав продуктов полного сгорания топлива:

$$CO_2^d = (V_{CO_2}^d / V_d) \cdot 100 \text{ [%]}, \quad (10.25)$$

$$H_2O^d = (V_{H_2O}^d / V_d) \cdot 100 \text{ [%]}, \quad (10.26)$$

$$N_2^d = (V_{N_2}^d / V_d) \cdot 100 \text{ [%]}, \quad (10.27)$$

$$O_2^d = (V_{O_2}^d / V_d) \cdot 100 \text{ [%]}. \quad (10.28)$$

Для теплового баланса процесса горения топлива, а также для расчета кинетической энергии газовых потоков необходимо знание плотности газов. Плотность газа при нормальных условиях  $\rho_0$  определится по формуле:

$$\rho_0 = \sum_{i=1}^K \rho_{0i} \cdot V_i = \sum_{i=1}^K \frac{\mu_i}{22,4} \cdot \frac{C_i}{100} \text{ [кг/м}^3\text{]}, \quad (10.29)$$

где  $\rho_{0i}$  – плотность "i" компонента при нормальных условиях;  $V_i$  [м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>] – объем "i" компонента в 1 м<sup>3</sup> смеси газов;  $\mu_i$  – масса 1 кмоль "i" компонента;

$C_i$  – концентрация "i" компонента в смеси, выраженная в %;  $K$  – количество компонентов.

Плотность сухого воздуха идеализированного состава ( $N_2 + O_2$ ) при нормальных условиях равна

$$\rho_{0в} = \frac{28}{22,4} \cdot \frac{79}{100} + \frac{32}{22,4} \cdot \frac{21}{100} = 1,2875 \text{ [кг/м}^3\text{]}.$$

Плотность воздуха реального состава при нормальных условиях равна  $1,293 \text{ кг/м}^3$ . Обычно это значение используется в технических расчетах.

Плотность продуктов полного сгорания топлива при нормальных условиях

$$\rho_{0д} = (44 \cdot CO_2^д + 16 \cdot H_2O^д + 28 \cdot N_2^д + 32 \cdot O_2^д) \cdot \frac{1}{22,4 \cdot 100}. \quad (10.30)$$

P.S. Теперь, когда известны реакции горения и выход влаги, вносимой влажным воздухом, связь между  $Q_H^p$  и  $Q_B^p$  запишется в виде

$$Q_B^p - Q_H^p = 2018 \cdot (H_2 + H_2O + 2 \cdot CH_4 + 3 \cdot C_2H_6 + 4 \cdot C_3H_8 + 5 \cdot C_4H_{10} + 6 \cdot C_5H_{12} + L_{вв}^д \cdot H_2O^{вв}) \cdot 0,01 \text{ [кДж/м}^3\text{]}. \quad (10.31)$$

#### 10.4. Калориметрическая температура продуктов горения

Теплота, выделяющаяся в процессе сгорания топлива, расходуется на повышение температуры продуктов сгорания топлива. Но процесс горения топлива сопровождается теплоотдачей излучением и конвекцией от факела и продуктов горения топлива к нагреваемому металлу, к огнеупорной кладке печи и к водоохлаждаемым элементам. Теплоотдача снижает температуру дыма, покидающего печь.

Можно себе представить такой случай горения топлива, когда вся теплота, выделяемая при горении, остается в продуктах сгорания, т.е. идет лишь на повышение их температуры.

В этом случае температура продуктов сгорания приобретает свое наибольшее значение и называется калориметрической. Хотя эта температура является чисто расчетной величиной, но принято считать в теплотехнике: чем выше  $t_{\text{кал}}$ , тем производительнее и экономнее работает печь. Ясно, что  $t_{\text{кал}}$  должна быть выше температуры нагреваемого металла в конце нагрева, т.е. в момент выдачи металла из печи.

Калориметрическая температура определится из теплового баланса для сжигания  $1 \text{ м}^3$  топлива

$$Q_H^p - q_{\text{нед}} = I_{\text{д.кал}} - I_T - I_B = V_d \cdot c_{\text{д.кал}} \cdot t_{\text{кал}} - c_T \cdot t_T - L_B^d \cdot c_B \cdot t_B, \quad (10.32)$$

где  $q_{\text{нед}}$  – удельная теплота химического недожога топлива, отнесенная к  $1 \text{ м}^3$  топлива  $[\text{Дж}/\text{м}^3]$ ;  $I_{\text{д.кал}} = V_d \cdot c_{\text{д.кал}} \cdot t_{\text{кал}}$  – теплосодержание продуктов горения топлива при калориметрической температуре  $t_{\text{кал}}$ ;  $I_T = c_T \cdot t_T$  – теплосодержание топлива при температуре  $t_T$ ;  $I_B = L_B \cdot c_B \cdot t_B$  – теплосодержание воздуха при температуре  $t_B$ ;  $c_T, c_B, c_{\text{д.кал}}$   $[\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})]$  – средние удельные теплоемкости для топлива, воздуха и дыма в интервале температур  $0-t_T, 0-t_B, 0-t_{\text{кал}}$ ;  $V_d$  – выход дыма при сжигании  $1 \text{ м}^3$  топлива;  $L_B^d$  – действительный расход воздуха для сжигания  $1 \text{ м}^3$  топлива.

Теплосодержание  $1 \text{ м}^3$  топлива и  $L_B^d$  воздуха называют также физической теплотой топлива и воздуха:  $Q_{\text{физ.т}} = c_T \cdot t_T$ ,  $Q_{\text{физ.в}} = L_B^d \cdot c_B \cdot t_B$ .

Из (10.32) следует

$$t_{\text{кал}} = \frac{Q_H^p + c_T \cdot t_T + L_B^d \cdot c_B \cdot t_B - q_{\text{нед}}}{V_d \cdot c_{\text{д.кал}}}. \quad (10.33)$$

Калориметрическая температура продуктов сгорания топлива имеет место, когда отсутствует теплоотдача от газов. Эту температуру можно кратковременно получить, сжигая топливо в канале, внутренняя поверхность которого в начале опыта имеет более высокую температуру, чем  $t_{\text{кал}}$ . В начале опыта получим  $t_{\text{д.ух}} > t_{\text{кал}}$ , а в конце опыта –  $t_{\text{д.ух}} < t_{\text{кал}}$ .

Для оценки природных качеств топлива используется понятие стандартной калориметрической температуры  $t_{\text{кал}}^{\text{ст}}$

$$t_{\text{кал}}^{\text{ст}} = \frac{Q_H^p}{V_d^T \cdot c_{\text{д.кал}}^{\text{ст}}},$$

где  $V_d^T$  – выход дыма при сжигании топлива с теоретическим расходом воздуха ( $n = 1$ );  $c_{\text{д.кал}}^{\text{ст}}$  – удельная теплоемкость дыма в интервале температур  $0-t_{\text{кал}}^{\text{ст}}$ .

Стандартная калориметрическая температура имеет место при стехиометрическом сжигании топлива ( $n = 1$ ) при условии, что топливо и воздух перед сжиганием находятся при температуре  $0^\circ\text{C}$ . Ориентировочно для природного газа, коксового газа и мазута имеем  $t_{\text{кал}}^{\text{ст}} = 2000-2100^\circ\text{C}$ , для доменного газа –  $t_{\text{кал}}^{\text{ст}} = 1350-1450^\circ\text{C}$ .

В расчетах печей используются действительные температуры дыма. В реальной печи можно выделить зоны горения топлива и зоны утилизации

теплоты дыма. В зоне горения характерными являются область факела с температурой  $t_{\phi}$ , где собственно происходит горение, и область продуктов горения с температурой  $t_{\text{д}}$ , окружающих факел. Поскольку существует теплоотдача от факела и дыма к нагреваемому материалу и кладке печи, то эти температуры ниже калориметрической температуры. Их можно определить через так называемый пирометрический коэффициент  $\eta_{\text{пир}}$ :

$$t_{\phi} = \eta_{\text{пир}}^{\phi} \cdot t_{\text{кал}},$$

$$t_{\text{д}} = \eta_{\text{пир}}^{\text{д}} \cdot t_{\text{кал}},$$

где  $\eta_{\text{пир}}^{\phi} \approx 0,8 - 0,9$ ;  $\eta_{\text{пир}}^{\text{д}} \approx 0,65 - 0,75$ .

Величина  $\eta_{\text{пир}}$  зависит от конструкции и размеров печи, типа топливосжигающих устройств и тепловой мощности печи.

## 10.5. Тепловой баланс печи

Тепловой баланс можно составлять на единицу времени (печи непрерывного действия) и на цикл работы печи (печи периодического действия).

### 10.5.1. Тепловой баланс печи непрерывного действия

Печи непрерывного действия – это печи, в которых температурный и тепловой режим во времени не изменяются.

Баланс выражается уравнением, связывающим приход и расход теплоты в единицу времени

$$Q_{\text{прих}} = Q_{\text{расх}} [\text{Вт}]. \quad (10.34)$$

Баланс можно составлять для зон горения топлива, для рабочего пространства печи (зоны горения + зоны утилизации теплоты) и для печи в целом, включая внешние теплообменные устройства. Наилучшим образом характеризует тепловую работу печи баланс рабочего пространства (рис. 10.2), который будет рассмотрен ниже.

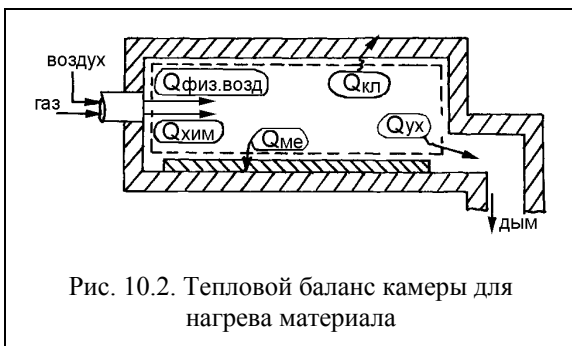


Рис. 10.2. Тепловой баланс камеры для нагрева материала

Приход теплоты чаще всего состоит из следующих частей:



- химическая теплота топлива

$$Q_{\text{хим}} = B_{\text{T}} \cdot Q_{\text{H}}^{\text{p}}; \quad (10.35\text{a})$$

- теплота, вносимая подогретым воздухом

$$Q_{\text{физ.возд}} = L_{\text{в}}^{\text{д}} \cdot B_{\text{T}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}}; \quad (10.35\text{б})$$

- теплота, вносимая подогретым топливом

$$Q_{\text{физ.т}} = B_{\text{T}} \cdot c_{\text{T}} \cdot t_{\text{T}}; \quad (10.35\text{в})$$

- теплота экзотермических реакций

$$Q_{\text{экз}} = q_{\text{ок}} \cdot G \cdot \delta, \quad (10.35\text{г})$$

где  $q_{\text{ок}}$  – удельная теплота, выделяемая при окислении нагреваемого материала [Дж/кг];  $G$  – производительность печи [кг/с];  $\delta$  – угар металла (масса угоревшего материала на 1 кг материала);

- теплота, вносимая материалом

$$Q_{\text{мс}}^0 = G \cdot c_{\text{мс},0} \cdot \bar{t}_{\text{м}0}, \quad (10.35\text{д})$$

где  $\bar{t}_{\text{м}0}$  – среднемассовая температура материала на входе в печь;  $c_{\text{мс},0}$  – удельная теплоемкость материала в интервале температур от 0 °С до  $\bar{t}_{\text{м}0}$  [Дж/(кг·К)];

- теплота, вносимая окислами материала –  $Q_{\text{ок}}^0$ . Этой величиной обычно пренебрегают ввиду ее крайней малости;
- теплота, вносимая транспортными устройствами

$$Q_{\text{тр}}^0 = G_{\text{тр}} \cdot c_{\text{тр},0} \cdot \bar{t}_{\text{тр}0}, \quad (10.35\text{е})$$

где  $\bar{t}_{\text{тр}0}$  – среднемассовая температура транспортных устройств на входе в печь;  $c_{\text{тр},0}$  – удельная теплоемкость материала в интервале температур от 0 °С до  $\bar{t}_{\text{тр}0}$  [Дж/(кг·К)];  $G_{\text{тр}}$  – масса проходящих через печь устройств в единицу времени [кг/с];

- теплота подогретого воздуха для окисления нагреваемого материала

$$Q_{\text{физ.возд}}^{\text{Fe}} = V_{\text{в}}^{\text{Fe}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} \quad (10.35\text{ж})$$

где  $V_{\text{в}}^{\text{Fe}}$  – расход воздуха на окисление нагреваемого материала [м³/с].

Расход теплоты состоит из следующих частей:

- теплота нагретого материала

$$Q_{\text{мк}}^{\text{к}} = (1 - \delta) \cdot G \cdot c_{\text{мк,к}} \cdot \bar{t}_{\text{мк}}, \quad (10.36a)$$

где  $\bar{t}_{\text{мк}}$  – среднемассовая температура материала на выходе из печи;  $c_{\text{мк,к}}$  – удельная теплоемкость материала в интервале температур от 0 °С до  $\bar{t}_{\text{мк}}$  [Дж/(кг·К)];

- потери теплоты с угаром материала

$$Q_{\text{ок}}^{\text{к}} = (\delta \cdot m) \cdot G \cdot c_{\text{ок}} \cdot \bar{t}_{\text{ок}}, \quad (10.36б)$$

где  $\bar{t}_{\text{ок}}$  – среднемассовая температура окалины на выходе из печи;  $c_{\text{ок}}$  – удельная теплоемкость окалины в интервале температур от 0 °С до  $\bar{t}_{\text{ок}}$  [Дж/(кг·К)];  $m$  – количество окислов материала, образующихся при окислении 1 кг материала;

- потери теплоты с уходящими продуктами горения

$$Q_{\text{yx}} = V_{\text{д}} \cdot B_{\text{г}} \cdot c_{\text{д,yx}} \cdot t_{\text{д,yx}}, \quad (10.36в)$$

где  $t_{\text{д,yx}}$  – температура дыма, уходящего из рабочего пространства печи;  $c_{\text{д,yx}}$  – удельная теплоемкость дыма в интервале температур от 0 °С до  $t_{\text{д,yx}}$  [Дж/(кг·К)];

- потери теплоты от химической неполноты горения топлива

$$Q_{\text{нед}} = V_{\text{д}} \cdot B_{\text{г}} \cdot (Q_{\text{н(со)}}^{\text{р}} \cdot \text{CO}^{\text{д}} + Q_{\text{н(н}_2)}^{\text{р}} \cdot \text{H}_2^{\text{д}}) \cdot 0,01 = B_{\text{г}} \cdot q_{\text{нед}}, \quad (10.36г)$$

где  $\text{CO}^{\text{д}}$  и  $\text{H}_2^{\text{д}}$  [%] – процентное содержание СО и Н<sub>2</sub> в продуктах неполного горения;

- теплота нагретых транспортных устройств

$$Q_{\text{тр}}^{\text{к}} = G_{\text{тр}} \cdot c_{\text{тр,к}} \cdot \bar{t}_{\text{трк}}, \quad (10.36д)$$

где  $\bar{t}_{\text{трк}}$  – среднемассовая температура транспортных устройств на выходе из печи;  $c_{\text{тр,к}}$  – удельная теплоемкость материала в интервале температур от 0 °С до  $\bar{t}_{\text{трк}}$  [Дж/(кг·К)];

- потери теплоты через кладку

$$Q_{\text{кл}} = \frac{t_{\text{кл}} - t_{\text{в}}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{сл}}} \frac{S_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{\text{в}}}} \cdot F_{\text{кл}}, \quad (10.36е)$$

где  $F_{\text{кл}}$  – наружная площадь кладки [ $\text{м}^2$ ];  $t_{\text{кл}}$  и  $t_{\text{в}}$  – температуры внутренней поверхности кладки и воздуха;  $S_i$  и  $\lambda_i$  – толщина [ $\text{м}$ ] и коэффициент теплопроводности [ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ] слоев кладки;  $\alpha_{\text{в}}$  – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности кладки к воздуху [ $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ ];  $N_{\text{сл}}$  – число слоев кладки;

- потери теплоты излучением через открытые окна и щели

$$Q_{\text{изл}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{щ}}} \sigma_0 \cdot T_{\text{печи}}^4 \cdot F_i \cdot \Phi_i \cdot \phi_i, \quad (10.36\text{ж})$$

где  $F_i$  – площадь окна или щели [ $\text{м}^2$ ];  $\Phi_i$  – коэффициент диафрагмирования;  $\phi_i$  – доля времени, в течение которого окно открыто;  $N_{\text{щ}}$  – число окон и щелей;

- потери теплоты с охлаждающей водой

$$Q_{\text{охл}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{эл}}} K_i \cdot F_i \cdot \Delta t_{\text{ср}i}, \quad (10.36з)$$

где  $F_i$  – площадь поверхности охлаждаемого элемента [ $\text{м}^2$ ];  $K_i$  – коэффициент теплопередачи от дымовых газов к воде для  $i$ -го элемента [ $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ ];  $\Delta t_{\text{ср}i}$  – среднелогарифмический температурный напор между дымом и водой;  $N_{\text{эл}}$  – число охлаждаемых элементов;

- теплота, уносимая азотом, входившим в состав воздуха, использованного при окислении нагреваемого материала

$$Q_{\text{физ. N}_2}^{\text{Fe}} = V_{\text{N}_2}^{\text{Fe}} \cdot c_{\text{N}_2} \cdot t_{\text{д. ух}}, \quad (10.36и)$$

где  $V_{\text{N}_2}^{\text{Fe}}$  – расход азота, входившего в состав воздуха, использованного при окислении нагреваемого материала [ $\text{м}^3/\text{с}$ ];  $c_{\text{N}_2}$  – удельная теплоемкость материала в интервале температур от  $0^\circ\text{C}$  до  $t_{\text{д. ух}}$  [ $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$ ];

- неучтенные потери теплоты

$$Q_{\text{неуч}} = Q_{\text{выб}} + Q_{\text{мех}} + Q_{\text{дисс}} + Q_{\text{хол.возд}}, \quad (10.36к)$$

где  $Q_{\text{выб}}$  – потери с выбиванием дыма через неплотности кладки;  $Q_{\text{мех}}$  – потери с механическим недожогом топлива;  $Q_{\text{дисс}}$  – потери при диссоциации  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ ;  $Q_{\text{хол.возд}}$  – потери на нагрев подсасываемого в печь холодного воздуха. Потери  $Q_{\text{неуч}}$  можно принять равными 10 % от суммы  $Q_{\text{кл}} + Q_{\text{изл}} + Q_{\text{охл}} + (Q_{\text{тр}}^0 - Q_{\text{тр}}^0) + Q_{\text{физ. N}_2}^{\text{Fe}}$ .

Таким образом, уравнение теплового баланса можно представить в следующем виде:

$$Q_{\text{хим}} + Q_{\text{физ.возд}} + Q_{\text{физ.т}} + Q_{\text{экс}} + Q_{\text{ме}}^0 + Q_{\text{тр}}^0 + Q_{\text{физ.возд}}^{\text{Fe}} = \\ Q_{\text{ме}}^{\text{K}} + Q_{\text{ок}}^{\text{K}} + Q_{\text{ух}} + Q_{\text{нед}} + Q_{\text{тр}}^{\text{K}} + Q_{\text{кл}} + Q_{\text{изл}} + Q_{\text{охл}} + Q_{\text{физ.N}_2}^{\text{Fe}} + Q_{\text{неуч}} \quad (10.37)$$

Подставляя в уравнение раскрытые выражения, содержащие расход топлива, получим формулу для расчета расхода топлива в явном виде

$$B_{\text{т}} = \frac{(Q_{\text{ме}}^{\text{K}} - Q_{\text{ме}}^0) - (Q_{\text{экс}} - Q_{\text{ок}}^{\text{K}}) + Q_{\text{кл}} + Q_{\text{изл}} + Q_{\text{охл}} + (Q_{\text{физ.N}_2}^{\text{Fe}} - Q_{\text{физ.возд}}^{\text{Fe}}) + Q_{\text{неуч}} + (Q_{\text{тр}}^{\text{K}} - Q_{\text{тр}}^0)}{Q_{\text{н}}^{\text{P}} + L_{\text{в}}^{\text{L}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}} - V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}} \cdot t_{\text{д.ух}} - q_{\text{нед}}} \quad (10.38)$$

### 10.5.2. Тепловые мощности.

#### Коэффициент использования теплоты топлива

Преобразуем (10.38) к более удобному виду.

Учитывая, что формула для определения  $Q_{\text{ме}}^0$  после сложения и вычитания дополнительного слагаемого  $G \cdot \delta \cdot c_{\text{ме,0}} \cdot \bar{t}_{\text{м0}}$  может быть записана в виде

$$Q_{\text{ме}}^0 = G \cdot (1 - \delta) \cdot c_{\text{ме,0}} \cdot \bar{t}_{\text{м0}} - G \cdot \delta \cdot c_{\text{ме,0}} \cdot \bar{t}_{\text{м0}},$$

первые слагаемые в числителе (10.38), которые И.Д. Семикин назвал усвоенной мощностью от горения топлива  $M_{\text{усв}}$ , запишем в виде

$$M_{\text{усв}} = (Q_{\text{ме}}^{\text{K}} - Q_{\text{ме}}^0) - (Q_{\text{экс}} - Q_{\text{ок}}^{\text{K}}) = G \cdot (1 - \delta) \cdot \Delta i_{\text{ме}} + G \cdot (\delta \cdot m) \cdot \Delta i_{\text{ок}} - G \cdot \delta \cdot q_{\text{ок}}, \quad (10.39)$$

где  $\Delta i_{\text{ме}} = c_{\text{ме,к}} \cdot \bar{t}_{\text{мк}} - c_{\text{ме,0}} \cdot \bar{t}_{\text{м0}}$  – удельная теплота, идущая на нагрев материала [Дж/кг];  $\Delta i_{\text{ок}} = c_{\text{ок}} \cdot \bar{t}_{\text{ок}} - \frac{c_{\text{ме,0}} \cdot \bar{t}_{\text{м0}}}{m}$  – удельная теплота, идущая на нагрев окислов материала [Дж/кг].

Если окисление материала отсутствует, то  $M_{\text{усв}} = G \cdot \Delta i_{\text{ме}}$ .

Сумма остальных слагаемых в числителе (10.38) представляет из себя мощность тепловых потерь печи

$$M_{\text{пот}} = Q_{\text{кл}} + Q_{\text{изл}} + Q_{\text{охл}} + Q_{\text{неуч}} + (Q_{\text{тр}}^{\text{K}} - Q_{\text{тр}}^0) + (Q_{\text{физ.N}_2}^{\text{Fe}} - Q_{\text{физ.возд}}^{\text{Fe}}) [\text{Вт}]. \quad (10.40)$$

Произведение расхода топлива на низшую теплоту сгорания топлива называют общей тепловой мощностью печи

$$M_0 = B_{\text{т}} \cdot Q_{\text{н}}^{\text{P}}. \quad (10.41)$$

С учетом понятия тепловых мощностей выражение (10.38) можно представить в виде

$$M_0 = \frac{M_{\text{усв}} + M_{\text{пот}}}{\frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}} + L_{\text{в}}^{\text{д}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}} - V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}} \cdot t_{\text{д.ух}} - q_{\text{нед}}}{Q_{\text{н}}^{\text{р}}}}. \quad (10.42)$$

Знаменатель в (10.42) И.Д. Семикин назвал коэффициентом использования химической энергии топлива в рабочем пространстве печи или, проще, коэффициентом использования теплоты топлива

$$\eta_{\text{хим.кит}} = \frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}} + L_{\text{в}}^{\text{д}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}} - V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}} \cdot t_{\text{д.ух}} - q_{\text{нед}}}{Q_{\text{н}}^{\text{р}}}. \quad (10.43)$$

Тогда

$$M_0 = \frac{M_{\text{усв}} + M_{\text{пот}}}{\eta_{\text{хим.кит}}}. \quad (10.44)$$

В проектных расчетах печей в НМетАУ обычно задаются температурой уходящего дыма, температурами подогрева топлива и воздуха и недожогом топлива. Это значит, что величина  $\eta_{\text{хим.кит}}$  известна заранее и поэтому расход топлива удобнее вычислять из выражений (10.44) и (10.41)

$$B_{\text{т}} = \frac{M_{\text{усв}} + M_{\text{пот}}}{\eta_{\text{хим.кит}} \cdot Q_{\text{н}}^{\text{р}}}.$$

В дополнение к упомянутым тепловым мощностям, в литературе используются понятия тепловой мощности холостого хода  $M_{\text{хх}} = M_{\text{пот}}/\eta_{\text{хим.кит}}$  и полезной тепловой мощности  $M_{\text{пол}} = M_{\text{усв}}/\eta_{\text{хим.кит}}$ . Их сумма равна полной мощности:  $M_0 = M_{\text{пол}} + M_{\text{хх}}$ .

Надо отметить, что в литературе встречаются выражения для коэффициента использования теплоты, близкие по написанию к (10.43), но отличающиеся от него

$$\eta_{\text{х+ф}} = \frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}} + L_{\text{в}}^{\text{д}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}} - V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}} \cdot t_{\text{д.ух}} - q_{\text{нед}}}{Q_{\text{н}}^{\text{р}} + L_{\text{в}}^{\text{д}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}}}.$$

По своему смыслу величина  $\eta_{\text{хим.кит}}$  представляет степень использования химической энергии топлива в рабочем пространстве печи, а  $\eta_{\text{х+ф}}$  – степень использования всей теплоты, введенной в рабочее пространство печи. Величина  $\eta_{\text{х+ф}}$ , как и  $\eta_{\text{хим.кит}}$  является индикатором работы печи, но в отличие от  $\eta_{\text{хим.кит}}$  не удобна при проведении расчетов печей.

### 10.5.3. Тепловой баланс и тепловые мощности печи периодического действия

Печи периодического действия характеризуются переменным во времени температурным и тепловым режимом нагрева материала.

При расчетах таких печей выделяют три характерных значения тепловых мощностей: максимальную  $M_{\max}$ , обычно соответствующую началу нагрева, минимальную  $M_{\min}$ , обычно соответствующую концу нагрева, и среднюю  $M_{\text{ср}}$ , характеризующую средний расход топлива за весь период нагрева.

Средняя общая тепловая мощность определяется также, как и для печей непрерывного действия, т.е. по формуле (10.42), но только через составляющие (температура воздуха, топлива и дыма), усредненные за весь процесс нагрева. Например, без учета окисления материала она равна

$$\overline{M}_0 = \frac{\overline{M}_{\text{усв}} + \overline{M}_{\text{пот}}}{\overline{\eta}_{\text{хим. кит}}} = \frac{G \cdot \Delta i_{\text{ме}} + \overline{M}_{\text{пот}}}{\overline{\eta}_{\text{хим. кит}}}. \quad (10.45)$$

При расчете мощности потерь необходимо учитывать теплоту, связанную с аккумуляцией (накоплением) теплоты кладкой.

Если принять, что в начале нагрева окисление пренебрежимо мало, то максимальная усвоенная тепловая мощность определяется по условиям внешнего теплообмена:  $M_{\text{усв. max}} = q_{\max} \cdot F_{\text{нагр}}$ , где  $q_{\max}$  – максимальная плотность теплового потока, средняя по поверхности нагрева  $F_{\text{нагр}}$ .

При расчете минимальной усвоенной мощности (в конце нагрева) часто пренебрегают окислением материала. Тогда:  $M_{\text{усв. min}} = q_{\min} \cdot F_{\text{нагр}}$ .

Следовательно, общая тепловая мощность печи при отсутствии окисления может быть определена по формулам:

$$M_{0 \max} = \frac{q_{\max} \cdot F_{\text{нагр}} + M_{\text{пот}}^{\text{нач}}}{\eta_{\text{хим. кит}}^{\text{нач}}} \quad \text{и} \quad M_{0 \min} = \frac{q_{\min} \cdot F_{\text{нагр}} + M_{\text{пот}}^{\text{кон}}}{\eta_{\text{хим. кит}}^{\text{кон}}}. \quad (10.46)$$

Как отмечалось ранее, уравнение теплового баланса, связывающее приход и расход теплоты для печей периодического действия обычно составляется не к единице времени, т.е. в Ваттах, а на всю длительность процесса, т.е. в Джоулях

$$Q_{\text{прих}} = Q_{\text{расх}} [\text{Дж}]. \quad (10.47)$$

Такое положение не является догмой. Оно сложилось исторически и просто является общепринятым. Практически это выражается в том, что статьи прихода и расхода теплоты рассчитываются по тем же формулам, что и для

печей непрерывного действия (10.35), но с умножением на время нагрева  $\tau_n$ .

Очень часто тепловые балансы составляются в Джоулях на 1 килограмм материала, полученного после тепловой обработки в печи, т.е. на 1 кг продукта. Такой подход позволяет сравнивать между собой печи разной мощности и конструкции не только по показателям топливоиспользования, но и по абсолютным значениям отдельных статей теплового баланса.

#### **10.5.4. Влияние теплотехнических факторов на производительность печи и показатели теплоиспользования**

К весомым теплотехническим факторам в печах относятся  $\Delta i_{\text{ме}}$ ,  $t_{\text{в}}$ ,  $t_{\text{д.ух}}$  (т.е.  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ ),  $\bar{M}_{\text{пот}}$  и т.п. факторы, влияющие на производительность и экономичность работы печи.

Производительность любой печи равна

$$G = \frac{E}{\tau_n} \text{ [кг/с]}, \quad (10.48)$$

где  $E$  [кг] – ёмкость печи, т.е. общее количество материала одновременно находящегося в печи;  $\tau_n$  [с] – продолжительность тепловой обработки материала.

Зависимость производительности печи от теплотехнических факторов определится из (10.45)

$$G = \frac{\bar{M}_0 \cdot \bar{\eta}_{\text{хим.кит}} - \bar{M}_{\text{пот}}}{\Delta i_{\text{ме}}}. \quad (10.49)$$

Следует особо подчеркнуть, производительность определяется средней тепловой мощностью печи. С известным приближением можно считать, что чем выше максимальная мощность, тем выше средняя мощность, хотя эта связь довольно сложная.

Из формулы (10.49) следует, что на производительность сильно влияет знаменатель, т.е.  $\Delta i_{\text{ме}}$ . Чем выше температура посяда материала (горячий посяд), тем выше производительность. Старение печи увеличивает мощность потерь печи  $\bar{M}_{\text{пот}}$  и снижает производительность. Естественно, что возрастание среднего значения  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  приводит к увеличению производительности.

Удельный расход теплоты (по бухгалтерской формуле, т.е. при известных отчетных данных о  $\bar{M}_0$  и  $G$ ) равен

$$b = \frac{\bar{M}_0}{G} \text{ [Дж/кг]}. \quad (10.50)$$

После подстановки в эту формулу  $\bar{M}_0$  получим

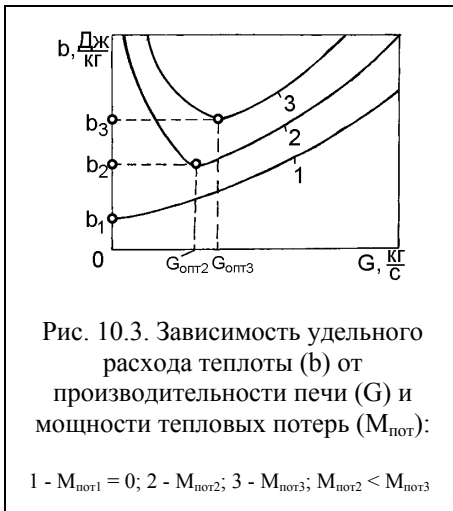
$$b = \frac{\Delta i_{\text{мс}}}{\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}} + \frac{\bar{M}_{\text{пот}}}{\bar{\eta}_{\text{хим.кит}} \cdot G} \text{ [Дж/кг]}. \quad (10.51)$$

Наиболее практически сильным фактором на сокращение "b" является  $\Delta i_{\text{мс}}$ , который зависит от организации производства материала на заводе.

Если следовать формально (10.51), то с увеличением  $G$  удельный расход теплоты должен постоянно снижаться, однако высокую производи-

тельность можно получить лишь увеличивая температуру уходящего дыма, что, в свою очередь, приводит к снижению  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  и повышению "b". Таким образом, зависимость  $b = f(G)$  при  $\bar{M}_{\text{пот}} \neq 0$  весьма противоречива. Всегда имеется такая производительность печи, при которой удельный расход теплоты минимален (см. рис. 10.3).

С возрастанием тепловых потерь  $\bar{M}_{\text{пот}}$  оптимальная производительность, соответствующая минимальному удельному расходу теплоты, возрастает. При этом абсолютная величина "b" также возрастает. При  $\bar{M}_{\text{пот}} = 0$  понятие оптимальной производительности отсутствует (рис. 10.3). В одних и тех же условиях, например, при постоянной температуре подогрева воздуха и топлива, увеличение производительности печи связано с увеличением  $t_{\text{д,ух}}$  и снижением  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ .



К показателям полезного теплоиспользования традиционно относится и коэффициент полезного действия (кпд) печи, определяемый как отношение усвоенной мощности к подведенной мощности:



$$\eta_{\text{кпд}} = \frac{M_{\text{усв}}}{M_0}. \quad (10.52)$$

Этот показатель больше применим к энергетическим установкам и меньше к технологическим установкам, к которым относятся печи. Например, кпд одной и той же печи может изменяться в несколько раз в зависимости от вида тепловой обработки материала: простой нагрев (кпд ~ 30-60 %) или сложная термообработка (кпд ~ 5-15 %). Поэтому для печей величина кпд не является представительной характеристикой, хотя и используется как дань традициям.

### 10.6. Влияние теплотехнических факторов на $t_{\text{кал}}$ и $\eta_{\text{хим.кит}}$

Как следует из раздела 10.5, производительность печи и удельный расход теплоты определяются средней величиной  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  в процессе нагрева. Чем выше значение  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ , тем выше производительность печи  $G$  и тем ниже удельный расход теплоты  $b$  при одних и тех же условиях сравнения.

Покажем связь между  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  и  $t_{\text{кал}}$ . Для этого в (10.43) разделим числитель и знаменатель на  $V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}}$ . Получим

$$\eta_{\text{хим.кит}} = \frac{\frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}} + I_{\text{в}}^{\text{л}} \cdot c_{\text{в}} \cdot t_{\text{в}} + c_{\text{т}} \cdot t_{\text{т}} - q_{\text{нед}} - t_{\text{д.ух}}}{V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}}}}{\frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}}}{V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}}}}, \quad (10.53)$$

где  $c_{\text{д.ух}}$  – удельная теплоемкость дыма в интервале температур от 0 °С до  $t_{\text{д.ух}}$  [Дж/(м<sup>3</sup>·К)].

Если пренебречь изменением удельной теплоемкости дыма от температуры дыма ( $c_{\text{д.кал}} \approx c_{\text{д.ух}}$ ), то между  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  и  $t_{\text{кал}}$  имеется следующая связь:

$$\bar{\eta}_{\text{хим.кит}} = \frac{t_{\text{кал}} - t_{\text{д.ух}}}{t_{\text{кал}}^0}, \quad (10.54)$$

где  $t_{\text{кал}}^0 = \frac{Q_{\text{н}}^{\text{р}}}{V_{\text{д}} \cdot c_{\text{д.ух}}}$  – калориметрическая температура при реальном коэф-

фициенте расхода воздуха  $n$ , но при  $t_{\text{т}} = t_{\text{в}} = 0$  °С.

Из (10.54) следует: чем выше  $t_{\text{кал}}$ , тем выше  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ . Теперь становится понятным общеизвестное утверждение: чем выше  $t_{\text{кал}}$ , тем лучше работает печь.

Одни и те же факторы, способствующие повышению  $t_{\text{кал}}$ , способствуют и повышению  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ . Рассмотрим эти факторы.

1. С увеличением теплоты сгорания топлива  $Q_{\text{н}}^{\text{p}}$  увеличивается выход продуктов сгорания топлива  $V_{\text{д}}$ , что противоречиво отражается на  $t_{\text{кал}}$  в формуле (10.33). По этой же причине в формуле (10.43) также имеет место противоречивое влияние  $Q_{\text{н}}^{\text{p}}$  на  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ . Конкретные расчеты показывают возрастание  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  и  $t_{\text{кал}}$  с увеличением  $Q_{\text{н}}^{\text{p}}$ , что можно объяснить уменьшением балласта в топливе для одной и той же общей тепловой мощности печи  $M_0 = B_{\text{т}} \cdot Q_{\text{н}}^{\text{p}}$ .

2. Увеличение температуры подогрева топлива и воздуха является самым мощным средством для повышения  $t_{\text{кал}}$  и  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$ . При высококалорийном топливе нет особого смысла подогревать топливо, - достаточно подогревать воздух. Другое дело низкокалорийное топливо. Только благодаря подогреву топлива регенеративные нагревательные колодцы успешно работают на бедном доменном газе.

3. Ликвидация недожога топлива. Следует отметить: недожог топлива может иметь место и при коэффициенте расхода  $n > 1$ . Механический недожог топлива более вреден, чем химический и обязан плохой конструкции горелок (устройств для сжигания газообразного топлива) или форсунок (устройств для сжигания жидкого топлива).

4. Использование обогащенного воздуха с повышенным содержанием кислорода ( $K_{\text{O}_2} > 0,21$ ). Возрастание  $t_{\text{кал}}$  и  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  обязано уменьшению выхода продуктов сгорания  $V_{\text{д}}$  (особенно при работе на чистом кислороде) за счет уменьшения балласта в дыме  $N_2$ . Этот фактор пока практически не используется в печах прокатного производства из-за дороговизны кислорода и неясности в отношении угара металла. При одном и том же эффекте на  $\bar{\eta}_{\text{хим.кит}}$  от использования кислорода и подогрева воздуха использование кислорода значительно упрощает конструкцию печи, размеры дымоходов и дымовой трубы. Использование кислорода при нормальном угаре вполне оправдано и для печей с небольшой тепловой мощностью, обязанной старой конструкции или старению печи по ходу кампании.

## 10.7. Основы теории горения [31]

### 10.7.1. Понятие о цепных реакциях

Чтобы могло произойти соединение кислорода с горючими элементами в топливе, сначала нужно разделить молекулу кислорода на атомы, т.е. разорвать химическую связь между атомами. Аналогичная картина имеет место и для молекул в топливе: молекулу водорода также нужно разделить на два атома и т.д. На разрыв химических связей нужно затратить теплоту, которая приходит извне. При соединении атомов кислорода с атомами топлива выделяется теплота  $Q_{\text{хим}}^{\text{ат}} > Q_{\text{н}}^{\text{р}}$ , поскольку часть выделенной теплоты должна быть возвращена источнику, "одолевшему" энергию молекулам кислорода и топлива на превращение их в атомы.

Согласно законам физхимии скорость реакции определяется законом действующих масс, а в реакцию вступают лишь некоторые особо активные молекулы, обладающие большой энергией, достаточной для разрыва старых энергетических связей у реагентов. Минимальная энергия, которой должны обладать активные молекулы для разрыва связей, носит название энергии активации.

Однако процент активных молекул даже при высоких температурах порядка 1000-2300 К весьма ничтожен (1-1,5 %). Таким образом, по классическим представлениям в физхимии, молекулы кислорода и топлива могут находиться рядом, сталкиваться между собой при высокой температуре и при этом не вступать в реакцию. Между тем, на практике, холодная смесь молекул кислорода с молекулами горючего взрывается при попадании искры. Ничтожная длительность взрыва говорит об огромной скорости протекания химической реакции.

Противоречие между законом действующих масс и практикой было устранено теорией цепных реакций. Известно, что реакция между свободными атомами или радикалами не требует высокого уровня энергии активации вследствие отсутствия необходимости разрывать старые химические связи. Поэтому наличие свободных атомов и радикалов облегчает начальную стадию и дальнейший ход реакции между молекулами. Энергия активации при этом снижается в 5-10 раз. Это обстоятельство и было положено в основу теории цепных реакций.

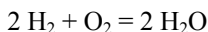
Активные центры (свободные атомы и радикалы) могут появиться как результат распада (диссоциации) некоторых молекул вследствие повышения температуры реагентов или как результат воздействия уже существующих активных центров.

Появление свободных атомов и радикалов порождает новые центры, образуется цепь с разветвлениями. Процесс зарождения активных центров перерастает в лавину подобно горному обвалу возникшему под действием

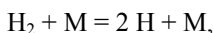
одного случайно покотившегося камня. Образование активных центров начнет замирать и прекратится по мере уменьшения запасов реагирующих веществ.

Для примера рассмотрим цепную реакцию горения водорода.

Как отмечалось ранее, конечное уравнение

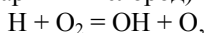


не отражает механизм реакции. Новые вещества образуются только при столкновении атомов или радикалов. Столкновение молекул не может привести к образованию молекул других веществ. Поэтому началом реакции горения водорода является распад молекулы водорода на два атома. Это происходит под действием активного центра, другой молекулы, обладающей большой энергией, или электрического разряда

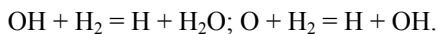


где М – одно из перечисленных возможных воздействий на молекулу водорода.

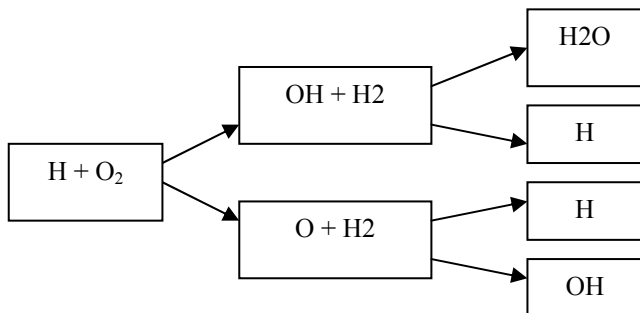
После этого каждый атом водорода самостоятельно разбивает другие молекулы ( $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ) или проводит элементарные реакции с  $\text{O}_2$  с образованием новых атомов (атомарный кислород) и радикалов (гидроксил)



которые, в свою очередь, реагируют с молекулами водорода



Схему цепной реакции можно представить и в виде



В результате каждый начальный атом водорода позволил получить конечный продукт  $\text{H}_2\text{O}$ , два новых атома Н и промежуточный продукт ОН. Число свободных атомов водорода Н быстро нарастает, что и ускоряет ход реакции.

Подобным образом происходит диссоциация водяного пара в присутствии  $\text{O}_2$  и  $\text{H}_2$ :

- 1)  $\text{H}_2\text{O} + \text{M} = \text{H} + \text{OH} + \text{M};$
- 2)  $\text{H} + \text{O}_2 = \text{OH} + \text{O};$
- 3)  $\text{OH} + \text{H}_2 = \text{H} + \text{H}_2\text{O}.$

Наличие влаги в смеси играет весьма важную роль, так как служит источником появления первых активных центров  $\text{H}$  и  $\text{OH}$  – ускорителей реакции. Так сухая смесь  $\text{CO}$  и  $\text{O}_2$  ведет себя весьма инертно: нагретая до  $700^\circ\text{C}$  она практически не реагирует. Добавка водяных паров в малом количестве резко изменяет картину протекания процесса, так как между  $\text{CO}$  и  $\text{O}_2$  появляются посредники  $\text{H}$  и  $\text{OH}$ .

Цепной механизм горения углеводородов более сложен и изучен еще недостаточно. Лучше всего изучен механизм горения метана, который можно представить в виде четырех последовательных укрупненных стадий



причем молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  образуются, главным образом, на 1 и 3 стадии.

Горение углеводородов протекает медленнее, чем горение водорода и даже окиси углерода.

### **10.7.2. Воспламенение топлива. Температура воспламенения**

Окисление и горение топлива представляет один и тот же химический процесс, физическое проявление которого совершенно различно. Критический момент перехода от спокойного процесса окисления, идущего с малой скоростью, в бурное горение называют воспламенением. Воспламенение может быть организовано человеком посредством зажигания, что повышает местную температуру в каком-то малом объеме смеси. Достаточно лишь искры в двигателе внутреннего сгорания, чтобы началась цепная реакция и произошло бурное горение, которое может закончиться взрывом.

Минимальная температура реагентов, при достижении которой происходит развитие бурного самоускоряющегося процесса горения, называется температурой воспламенения топлива ( $t_{\text{вос}}$ ).

Температура воспламенения зависит от природы топлива и его физической структуры и от условий, в которых происходит процесс зажигания. В основе процесса зажигания и воспламенения лежит повышение температуры топлива и кислорода: для этого необходим подвод теплоты в очаг горения. Источник теплоты может быть внешним, когда топливо и кислород подогреваются извне, например, в рекуператоре или регенераторе, или внутренним, когда реагенты получают теплоту вследствие идущего процесса окисления горючего. В последнем случае повышение температуры, с одной стороны, зависит от скорости реакции окисления, и, с другой стороны, от утечки теплоты из очага горения за счет теплопередачи. Чем лучше теплоизолирован очаг горения, тем быстрее повышается температура.

Повышение температуры реагентов в свою очередь ускоряет процесс окисления топлива, выделяется больше теплоты и процесс разогрева реагентов может перейти в воспламенение и горение. Процесс окисления в адиабатических условиях всегда приведет к самовоспламенению топлива. Если вся теплота реакции окисления уйдет из очага и температура реагентов не повышается, воспламенение отсутствует.

Зажигание топлива внешним источником теплоты (огонь спички, искра) надежно и быстро обеспечивает подъем температуры реагентов до температуры воспламенения хотя бы в одном месте (точке); далее по закону цепных реакций воспламенение и горение может распространиться по всему объему, занятому топливом и кислородом.

Температура воспламенения основных горючих газов  $H_2$ , CO и  $CH_4$  при нормальных условиях изменяется от 550 до 750 °C при переходе от водорода к метану. При повышении давления молекулы сближаются между собой, число столкновений между молекулами возрастает и температура воспламенения снижается.

### **10.7.3. Пределы воспламенения**

Холодная газовоздушная смесь может загореться от контакта с огнем лишь в определенном интервале соотношений газ-воздух. Пределы воспламенения измеряются объемным процентным содержанием данного топлива в смеси его с воздухом и обозначаются  $N$ .

Нижним пределом  $N_n$  называется минимальное содержание топлива в смеси с воздухом, при котором смесь с  $t = 20$  °C, воспламеняется от источника огня. Верхний предел  $N_v$  представляет максимальное содержание топлива в смеси с воздухом, выше которого смесь не воспламеняется.

На нижнем и верхнем пределе, когда соотношение газ-воздух далеко от стехиометрического, уменьшение числа непосредственных контактов между молекулами газа и воздуха приводит к тому, что скорость обрыва цепей на балластных молекулах достигает значительной величины и смесь не загорается.

Пределы воспламенения зависят от химической природы топлива, начальной температуры и давления. Стехиометрическая смесь лежит внутри пределов воспламенения и при поднесении огня смесь всегда воспламеняется.

При сжигании топлива с обогащенным воздухом ( $K_{O_2} > 0,21$ ) пределы воспламенения расширяются. При повышении начальной температуры газовоздушной смеси перед зажиганием диапазон воспламеняющихся концентраций расширяется. При начальной температуре смеси ( $t_n$ ) равной температуре воспламенения ( $t_{вос}$ ) понятие пределов воспламенения теряет фи-

зический смысл, т.к. любая смесь будет гореть при соприкосновении с огнем.

#### **10.7.4. Распространение пламени в газоздушных смесях**

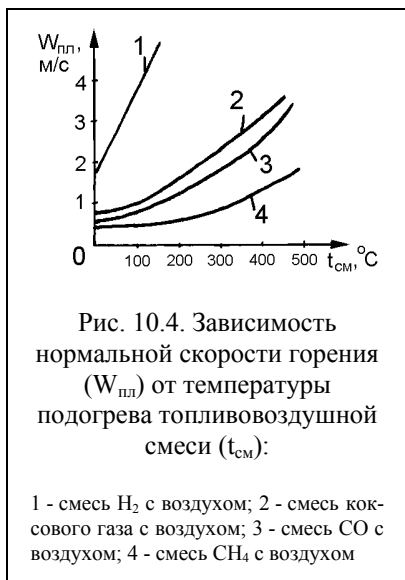
В закрытом сосуде при  $V = \text{const}$  (двигатели внутреннего сгорания) сгорание первых порций смеси приведет к повышению температуры и, соответственно, давления реагирующей системы, что влечет за собой примерно адиабатное сжатие смеси, ускоряющее зажигание, в результате чего возникает взрыв.

При поджигании смеси в трубке с открытым концом обеспечивается возможность расширения смеси с сохранением постоянного давления в трубке. Этот случай отвечает реальным условиям при сжигании топлива горелками.

При поджигании смеси в начале трубки в результате передачи теплоты путем теплопроводности, повышается температура соседнего слоя, и смесь в этом слое воспламеняется. Далее картина повторяется – фронт пламени будет перемещаться вдоль трубки от открытого конца по направлению к ее запаянному концу. Такой процесс распространения пламени называется нормальным и, соответственно, скорость распространения пламени вдоль трубки также называется нормальной.

Нормальная скорость распространения пламени зависит от диаметра и материала трубки, от температуры трубки, а также от положения трубки в пространстве (вертикальное или горизонтальное). С возрастанием диаметра трубки нормальная скорость увеличивается, что объясняется относительным уменьшением тепловых потерь. При критическом диаметре (1-3 мм) пламя в трубке вообще не распространяется. Это явление используется в шахтерских лампах: делается сетка с отверстиями меньше критических, что предотвращает выход пламени из лампы наружу.

Наибольшей нормальной скоростью распространения пламени обладают водород и ацетилен. Заметим: достаточно ничтожной примеси ацетилена к воздуху, чтобы получить гремучую смесь. У водорода выше коэффициент теплопроводности, чем у других газов. Чем выше начальная температура газоздушной смеси перед зажиганием, тем больше скорость распространения пламени. При  $t_n = t_{\text{вос}}$  смесь загорается во всем объеме и понятие скорости распространения пламени теряет физический смысл. Зависимость скорости горения  $W_{\text{пл}}$  от начальной температуры газоздушной смеси  $t_n$  для различных газов представлена на рис. 10.4. На нижнем и верхнем пределах воспламенения скорость распространения пламени для всех газов примерно одинакова и равна  $W_{\text{пл}} = 0,2 \text{ м/с}$ .



## 10.8. Элементы теории факела

### 10.8.1. Способы сжигания газов [31]

Чтобы топливо и кислород вступили в реакцию, они должны быть предварительно перемешаны и смесь должна иметь температуру воспламенения. Скорость комплексного процесса определяется наиболее медленным звеном. Химические реакции, как правило, протекают с большой скоростью. Перемешивание молекул и горючего происходит медленнее, чем горение.

Имеют место два способа сжигания топлива – факельный и слоевой. По факельному способу сжигается газообразное, жидкое и пылевидное топливо.

По слоевому методу сжигают твердое топливо. В большинстве печей топливо сжигается факельным способом. Слойевой способ используется в доменной и агломерационной печи, вагранках, паровых котлах небольшой мощности.

### 10.8.2. Методы сжигания газов [31]

Факел, в отличие от обычной струи, рассмотренной в механике газов, представляет горящую струю. Проще всего под длиной факела  $L_{фак}$  подразумевать, расстояние от горелки, на котором практически заканчивается полное горение топлива.

Факел образуется при смешении газового и воздушного потоков. По месту встречи и характеру перемешивания потоков различают 3 метода сжигания газов:

1 метод. Газ и воздух встречаются вне горелочного устройства и перемешиваются в рабочем пространстве печи в процессе горения. Воздух и газ могут быть нагреты до высокой температуры. Длина факела зависит от многих факторов. Желательно, чтобы длина факела  $L_{фак}$  была меньше длины рабочего пространства печи. Этот метод используется в горелках типа "труба в трубе".

2 метод. Газ и весь воздух, необходимый для полного горения топлива, перемешиваются друг с другом до вылета в рабочее пространство печи. Это возможно, если температура образующейся смеси меньше температуры воспламенения, тогда газ не может гореть внутри горелочных уст-



роиств, если скорость распространения пламени меньше скорости истечения смеси. Длина факела весьма мала и способ называют беспламенным или бесфакельным. Этот метод используется в инъекционных и скоростных горелках.

3 метод. Предварительное перемешивание газа с частью воздуха, необходимого для полного сжигания топлива. Окончательное перемешивание смеси с остальной частью воздуха в рабочем пространстве печи в процессе горения. Регулируя процесс предварительного перемешивания можно управлять длиной факела. Этот метод используется в большинстве горелок, типа горелок нагревательных колодцев, плоскопламенных и др. Подобные горелки применяются и в кухонных плитах.

### **10.8.3. Ламинарный и турбулентный факел**

Различают ламинарный и турбулентный факел. При ламинарном факеле контакт горючего с кислородом воздуха происходит на поверхности струи. Внутренние слои газа не соприкасаются с кислородом, что хорошо видно на рис. 10.5 (темная полоска первичного газа охвачена светлой оболочкой горящего слоя). В ламинарном факеле по его сечению можно выделить две зоны: зону горючего газа и зону продуктов сгорания. На границе зон происходит горение топлива. Таким образом, имеет место послойное включение слоев газа в процесс горения. Фронт горения постепенно приближается к оси струи.

При турбулентном факеле отсутствует послойное выгорание газа в струе. Внешний вид и структура факела определяется свойством турбулентной струи захватывать окружающую среду, перемешиваться с этой средой и проталкивать ее вперед. Поэтому турбулентная струя газа после вылета из сопла горелки – устройств для сжигания газообразного топлива – приобретает форму конуса. По своей структуре турбулентная струя представляет совокупность хаотично перемещающихся макрочастиц, объединенных в одно целое силами вязкости и общим направлением движения.

При поджигании турбулентной струи горючего газа процесс горения начинается на поверхности струи. Образующиеся здесь продукты сгорания увлекают в свое движение макрочастицы воздуха и вместе с ними проникают вглубь струи. Таким путем постепенно очаги го-

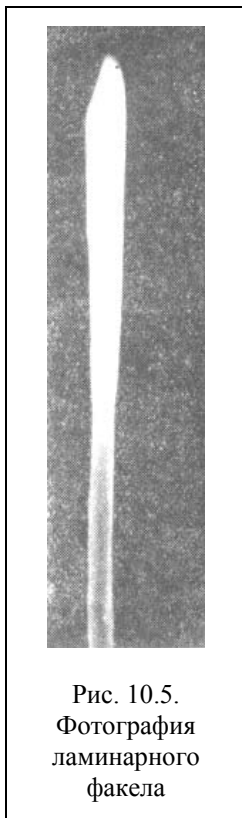


Рис. 10.5.  
Фотография  
ламинарного  
факела

рения возникают и внутри струи. Процесс горения из поверхностного превращается в объемный. Вследствие хаотичности турбулентного перемешивания очаги горения в каждом элементарном объеме факела возникают дискретно. Они то появляются, то исчезают. При зрительном восприятии большого числа близко расположенных и дискретно появляющихся очагов горения в объеме факела они сливаются воедино и турбулентный факел представляется в виде сплошной конусной струи горящего газа.

Для уяснения динамики перехода ламинарного факела в турбулентный рассмотрим изменение длины вертикального факела при возрастании скорости в сопле (рис. 10.6). С ростом скорости истечения длина ламинарного

факела сначала возрастает почти пропорционально скорости истечения  $W_{ист}$ , а факел имеет неизменную форму.

При достижении критической скорости  $W_{кр}$  вершина факела становится неустойчивой и начинает пульсировать. При дальнейшем увеличении скорости эта неустойчивость развивается и факел как бы складывается из двух частей: нижней ламинарной и верхней турбулентной, что видно из фотографии, приведенной на рис. 10.6. При еще большем увеличении скорости истечения длина факела начинает уменьшаться и граница раздела

частей факела перемещается от вершины к соплу. При некотором значении скорости факел становится полностью турбулентным и дальнейшее увеличение вызывает противоположное явление – длина факела вновь начинает увеличиваться, но уже в более медленном темпе, чем при ламинарном режиме (рис. 10.7).

Значения критерия Рейнольдса, при котором начинается переход от ламинарного факела к турбулентному, зависит от природы газа и диа-

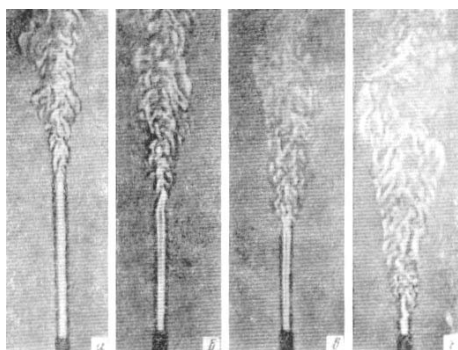


Рис. 10.6. Фотографии факелов при переходе от ламинарного факела к турбулентному при возрастании скорости

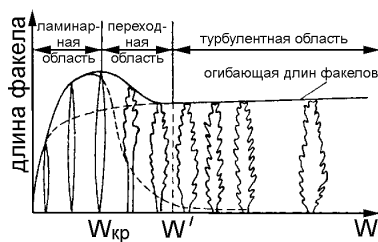


Рис. 10.7. Изменение длины факела при возрастании скорости

метра сопла. При увеличении диаметра сопла кривая  $L_{\text{фак}} = f(W_{\text{ист}})$  постепенно теряет максимум, вырождаясь в плавную кривую (пунктирная кривая на рис. 10.7). Хорошо развитый турбулентный факел имеет место при  $Re_{\text{кр}} > 8000-10000$ . Для водорода  $Re_{\text{кр}} = 3000$ .

#### 10.8.4. Длина турбулентного факела [17]

Ламинарные факелы не встречаются в практике работающих печей. Между тем, теория турбулентного факела разработана для факела, развивающегося в неограниченной неподвижной воздушной среде [17], или движущейся со скоростью  $W_v$  [31].

В [17] использованы закономерности изотермической струи. Путь, на протяжении которого газовая струя захватывает для горения стехиометрическое количество воздуха  $L_v^d$ , И.Д. Семикин назвал длиной пути захвата

$L_{\text{зах}}$  (рис. 10.8). В конце пути захвата смесь весьма неоднородна. Свободный кислород находится в периферийных слоях, а горючий газ сосредоточен в центральном ядре факела. Для завершения процесса полного горения требуется определенный дополнительный

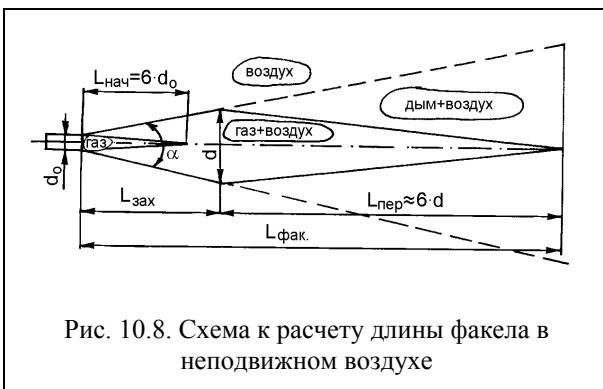


Рис. 10.8. Схема к расчету длины факела в неподвижном воздухе

путь – длина пути перемешивания  $L_{\text{пер}}$ . Общая длина факела равна

$$L_{\text{фак}} = L_{\text{зах}} + L_{\text{пер}}. \quad (10.55)$$

Длина захвата  $L_{\text{зах}}$  определяется из формулы (5.5) по известной величине смеси газа и захваченного воздуха

$$\frac{m_{\text{см}}^{\text{зах}}}{m_0} = \frac{m_{\text{газ}} + m_{\text{воз}}^{\text{гор}}}{m_{\text{газ}}} = 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}}; \quad (10.56)$$

$$L_{\text{зах}} = \frac{1}{0,316} \cdot d_0 \cdot \left( 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}} \right) = 3,16 \cdot d_0 \cdot \left( 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}} \right), \quad (10.57)$$

где  $L_v^d$  – объем воздуха для сжигания 1 м<sup>3</sup> газа при нормальных условиях ( $t_v = t_r = 0$  °С,  $P_v = P_r = 760$  мм рт. ст.);  $\rho_{v0}$  – плотность воздуха при нормальных условиях;  $\rho_{r0}$  – плотность топлива при нормальных условиях.

Далее из (5.3) пренебрегая единицей по известной величине  $L_{зах}$  определится диаметр струи (факела) в конце пути захвата

$$d_{зах} = b \cdot L_{зах} = b \cdot 3,16 \cdot d_0 \cdot \left( 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}} \right) \quad (10.58)$$

Согласно разделу 5.1 длина пути перемешивания определится по формуле  $L_{пер} = B \cdot d_{зах}$ . Тогда

$$L_{фак} = L_{зах} \cdot (1 + B \cdot b) = 3,16 \cdot d_0 \cdot \left( 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}} \right) \cdot (1 + B \cdot b). \quad (10.59)$$

При практическом значении угла раскрытия факела  $\alpha_{пр} = 24^\circ$  получим  $b = 2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{пр}/2) = 0,425$  и величине  $B \approx 6$  окончательно получим

$$L_{фак} = 11 \cdot \left( 1 + \frac{L_v^d \cdot \rho_{v0}}{\rho_{r0}} \right) \cdot d_0. \quad (10.60)$$

Формально длина факела зависит от теплоты сгорания топлива и диаметра сопла горелки. При большой тепловой мощности полезно дробление факела, но на длине захвата нужно исключить слияние факелов. В решении С.И. Аверина [31] учитывается влияние скорости воздуха на длину факела.

### **10.8.5. Факторы, влияющие на длину свободного факела [17]**

На длину факела влияют следующие основные факторы:

- 1) диаметр газового сопла  $d_0$ ;
- 2) теплота сгорания топлива  $Q_H^p$ ;
- 3) концентрация кислорода в обогащенном воздухе;
- 4) скорость выхода газа из горелки;
- 5) скорость воздушного потока;
- 6) избыток воздуха, подаваемого для горения;
- 7) температура газа;
- 8) температура воздуха;
- 9) соприкосновение факела с плоскостью;
- 10) угол встречи потоков газа и воздуха;
- 11) расстояние между факелами.

Рассмотрим отдельные факторы более подробно.

1. Диаметр газового сопла.

Сравнение факелов можно проводить при постоянной скорости истечения газа, когда изменяется тепловая мощность горелки, и при одной и той же тепловой мощности горелки, но тогда будет изменяться скорость истекающего газа, что усложняет сравнение. На рис. 10.9 представлены факелы коксового газа, истекающего из сопел различных диаметров с одной и той же скоростью. Вершины факелов образуют прямую линию, что подтверждает достоверность формулы (10.60): длина факела пропорциональна диаметру газового сопла  $d_0$ . Следует учитывать, что одновременно увеличивается мощность горелки.

## 2. Теплота сгорания топлива.

Чем выше теплота сгорания топлива, тем больше воздуха требуется для его сжигания, и тем больше, согласно (10.60), будет длина факела. Процесс вовлечения воздуха в горящую струю – процесс энергетический, потому на длину факела влияет не объемная теплота сгорания топлива  $Q_n^p$  [Дж/м<sup>3</sup>], а массовая теплота сгорания  $Q_n^p$  [Дж/кг]. Так, объемная теплота сгорания СО составляет 3050 кДж/м<sup>3</sup>, что выше объемной теплоты сгорания водорода, составляющей 2575 кДж/м<sup>3</sup>. Но  $\rho_{CO} = 1,25$  кг/м<sup>3</sup> и  $Q_{n(CO)}^p = 2440$  кДж/кг, а у водорода  $\rho_{H_2} = 0,0893$  кг/м<sup>3</sup> и  $Q_{n(H_2)}^p = 28800$  кДж/кг. Для СО имеем  $L_v^d = 2,3$  м<sup>3</sup> возд. / м<sup>3</sup> газа;

для  $H_2$  –  $L_v^d = 2,38$  м<sup>3</sup> возд. / м<sup>3</sup> газа. Расчет по формуле (10.60) приводит к следующим результатам:  $L_{фак(CO)} = 40 \cdot d_0$ ,  $L_{фак(H_2)} = 407 \cdot d_0$ . Длина факела у водорода очень большая, хотя химическая особенность водорода способствует быстрому ходу реакции горения. Эту особенность  $H_2$  отметили многие исследователи факельного процесса – одному кг  $H_2$  требуется захватить много воздуха на пути  $L_{зах}$ .

## 3. Концентрация $O_2$ в воздухе.

Чем больше процент  $O_2$  в воздухе, тем меньше воздуха потребуется для горения, тем легче и быстрее вовлечь в струю нужное количество  $O_2$ .



Рис. 10.9. Фотографии зависимости длины факела от диаметра сопла

Следовательно, длина пути захвата  $L_{\text{зах}}$ , а соответственно  $d_{\text{зах}}$ ,  $L_{\text{пер}}$  и  $L_{\text{фак}}$  уменьшаются.

Таким образом, сокращение длины факела при сжигании газа с обогащенным воздухом или даже с чистым кислородом обязано не сколь химии процесса, сколь механике газов, т.е. физике процесса.

Влияние факторов 4-11 на длину факела не нашло отражения в формуле (10.60) и потому используются экспериментальные данные для решения поставленных вопросов.

#### 4. Скорость выхода газа из горелки.

Как показано ранее, с увеличением скорости истекающего газа (в турбулентной области) длина факела медленно возрастает (относительно возрастания длины ламинарного факела). На одной и той же длине захват воздуха растет пропорционально скорости газа за счет увеличения турбулентности потока и длина факела перестает зависеть от тепловой мощности горелки.

#### 5. Скорость воздушного потока.

Практическое сжигание газа в печах связано с подачей вентиляционного воздуха в горелку. Воздух из воздушного кольца может истекать с различной скоростью. Общая идея процесса перемешивания газовых сред состоит в том, что количество движения двух потоков определяет течение процесса. Чем больше количества движения участвует в процессе перемешивания, тем интенсивнее происходит процесс перемешивания. С этой точки зрения, ввод дополнительного количества движения с воздухом должен привести к укорочению длины факела, что подтверждается и экспериментом.

#### 6. Избыток воздуха, подаваемого для горения.

Избыток воздуха при сохранении площади воздушного кольца в горелке может привести к некоторому сокращению длины факела из-за увеличения скорости воздуха. Дожигание "хвоста" факела идет в условиях снижающейся концентрации кислорода. Ясно, что подача воздуха с некоторым небольшим избытком совершенно необходима, чтобы наверняка исключить недожог топлива в печи.

#### 7. Температура газа.

Подогрев газа с соответственным увеличением скорости гипотетически эквивалентен уменьшению диаметра горелки  $d_0$  при постоянной тепловой мощности горелки на холодном газе. По этой причине длина факела сокращается.

Это явление можно объяснить следующим образом. Химическая теплота остается постоянной, а скорость вылета газа и, следовательно, количество движения возрастает, отчего перемешивание потоков газа и воздуха ускоряется.

#### 8. Температура воздуха.

С увеличением температуры воздуха скорость воздуха увеличивается, перемешивание газа и воздуха ускоряется и длина факела уменьшается.

#### 9. Соприкосновение факела с плоскостью.

При соприкосновении струи газа с плоскостью факел деформируется, он становится шире и тоньше.

Струя газа, уширяясь при встрече с плоскостью, одновременно лишается некоторого фронта для захвата кислорода. Уширение факела способствует его укорочению, а прекращение снабжения его кислородом со стороны плоскости вызывает его удлинение. В конечном итоге, при наличии таких противоречивых факторов, длина факела существенно может и не измениться.

#### 10. Угол встречи потоков газа и воздуха.

При встрече потоков газа и воздуха под углом, что имеет место при практическом сжигании газа в промышленных печах, происходит явление удара со всеми вытекающими отсюда последствиями. Потоки сплющиваются, расширяются, дробятся на отдельные пряди. Более слабый поток деформируется сильнее.

Чем больше скорости потоков, тем сильнее действие удара. Удар струи о струю способствует перемешиванию газов за счет появления макротурбулентности крупных вихрей. Это ведет к укорочению факела, но связано с потерей стройности движения, т.е. аэродинамических качеств факела. Угол встречи  $45^\circ$  при равенстве скоростей газа и воздуха может сократить длину факела вдвое.

В тех случаях, когда аэродинамические качества важнее, чем длина факела (например для факела в мартеновской печи), применение больших углов вредно. Для сокращения длины факела лучше увеличить скорость воздуха и уменьшить угол встречи потоков, поскольку большой угол встречи разрушает факел.

#### 11. Расстояние между факелами.

При близком расположении друг к другу факелы мешают подходу кислорода. При расширении струй они сливаются друг с другом. Если этот контакт произошел раньше, чем закончился захват нужного количества воздуха для горения, то дальнейшее получение кислорода затрудняется, так как факелы из отдельных превращаются в один общий. В результате слияния потоков длина общего факела резко возрастает. Если воздух и газ подаются параллельными потоками с большими скоростями при котором длина захвата меньше длины слияния потоков, то длина суммы всех факелов практически не отличается от длины отдельного факела.

#### **10.8.6. О длине факела в рабочем пространстве печи**

Струи топлива и воздуха в печи окружены продуктами горения. При истечении газа и воздуха в печь неизбежно происходит подсос продуктов горения и снижение концентрации кислорода в воздухе. Это приводит к удлинению факела по сравнению с факелом, развивающимся в неограниченном воздушном пространстве. С другой стороны, подсос горячих продуктов горения в струю топлива и воздуха способствует более раннему поджиганию смеси и уменьшению длины факела.

Влияние факторов, описанных в разделе 10.8.5, на длину печного факела и свободного факела практически одинаково.



## Предметный указатель

Абсолютно черное тело .....	156	ньютоновская .....	35
Аверин		Закон	
вихревой пограничный слой .....	24	Архимеда .....	72
Архимедова сила .....	20	Бера .....	173
Аэродинамические потери .....	74	Бугера .....	172
Био		Буссинеска .....	27
гипотеза .....	92, 95	Кирхгофа .....	162, 173
критерий .....	129	Клапейрона-Менделеева .....	12
Важнейшие температуры .....	112	Ламберта .....	157, 163, 164
Вихревая зона .....	56	Ньютона .....	26, 92, 134, 135
Влажность газа .....	181	объединенный Ньютона и	
Воспламенение .....	205	Буссинеска .....	27
Вязкость .....	24	объединенный Стефана-	
Газ .....	11	Больцмана и Ньютона .....	102
идеальный .....	35	Ома .....	98, 100
несжимаемый .....	64	Планка .....	157
сжимаемый .....	66	Стефана-Больцмана .....	92, 158
Гидравлический диаметр .....	53	универсальный	
Градиент температуры .....	95	логарифмический	
Граничное условие .....	35	распределения скорости .....	46
1 рода .....	35	Фурье .....	91
2 рода .....	35	Излучательная способность среды .....	173
3 рода .....	35	Излучение .....	156
прилипания .....	35	интегральное	
Грасгофа		полусферическое .....	157, 159
критерий .....	139	полусферическое .....	157
Давление .....	12	спектральное	
абсолютное .....	12	полусферическое .....	157
геометрическое .....	13	Инжектор .....	84
гидростатическое .....	13	простой .....	84
динамическое .....	15	сложный .....	85
избыточное .....	12, 19	Интегральная степень черноты .....	159
измерение .....	12	Истечение	
критическое .....	68	адиабатическое .....	66
поршня .....	12	изознтропическое .....	67
статическое .....	13	Касательное напряжение .....	26, 42
Дальнобойность струи .....	87	нормальное .....	42
Движение		Количество движения .....	32
вынужденное .....	134	секундное .....	32
ламинарное .....	21, 26	Количество теплоты .....	113
свободное .....	134	Конвективная теплоотдача .....	134
турбулентное .....	21, 26	Конвекция .....	134
Действительный расход .....	188	вынужденная .....	139
Диффузор .....	18, 56, 69, 75, 86	свободная .....	139
Длина пути захвата .....	211	смешанная .....	140
Длина пути перемешивания .....	45, 211	Конфузор .....	18, 69, 86
Длина факела .....	208	Коэффициент	
Жидкость .....	11	Буссинеска .....	50
идеальная .....	35	диафрагмирования .....	171

динамической вязкости .....	26	Относительная шероховатость .....	54
динамической турбулентной		Переходный период к РРН .....	130
вязкости .....	27	Печь .....	6
излучения .....	92	борова .....	8
излучения АЧТ .....	158	газовоздухопроводы .....	8
использования химической		горелка .....	8, 64, 84
энергии топлива .....	197	дроссель .....	9, 79
кинематической вязкости .....	26	дымовая труба .....	71
Кориолиса .....	50	задвижка .....	9
массивности .....	129	каркас .....	8
поглощения луча .....	172	клапаны Фортера и Симплекса .....	10
полезного действия .....	200	рабочее пространство .....	8
распределения температур .....	121	регенератор .....	8, 18
расхода .....	66	рекуператор .....	8, 18
расхода воздуха .....	188	топка .....	8
сжатия .....	65	труба дымовая .....	9
скорости .....	65	ТЭН .....	8
температуропроводности .....	105	тягодутьевые устройства .....	9
теплоотдачи излучением .....	93, 94	форсунка .....	8, 64
теплоотдачи конвекцией .....	92, 94, 134	футеровка .....	8
теплопередачи .....	101	шибер дымовой .....	9, 74
теплопроводности .....	92	Пирометрический коэффициент .....	192
трения .....	53	Плотность теплового потока .....	91
турбулентной динамической		Подъемная сила .....	72
вязкости .....	143	Показатель адиабаты .....	67, 69
турбулентной		Польгаузен .....	141
теплопроводности .....	143	Поправка Михеева .....	145
усреднения скорости .....	49	Потери на удар .....	56, 85
усреднения тепловых потоков		Прандтля .....	
по толщине тела .....	120	гипотеза турбулентности .....	143
формы тела .....	113	критерий .....	138, 144
Кратность инъекции .....	86	пограничный слой .....	26
Манометр .....	19	Предел воспламенения .....	
Метод .....		верхний .....	206
Кармана .....	37	нижний .....	206
конечных разностей .....	105, 110, 133	Пуазейля течение .....	48
Лагранжа .....	30	Радикал .....	203
тепловой диаграммы .....	105	Расход .....	
Эйлера .....	30	массовый .....	15
Модель .....		объемный .....	14
инженерная в теории		Регулярный режим нагрева .....	115
теплопроводности .....	110, 116	Рейнольдса .....	
Настильность струи .....	87	аналогия .....	145
Начальное условие .....	35	критерий .....	138
Начальный инерционный период		критерий (число) .....	26
нагрева .....	115	опыт .....	21
Никурадзе .....		уравнение .....	41
опытные данные .....	46	Решение .....	
Нормальные условия .....	15	Блазиуса .....	37
Нуссельта .....		Система Поляка .....	165, 176
критерий .....	140, 142	Скорость .....	14
Оператор Лапласа .....	105	динамическая .....	45
Определяющий размер тела .....	113	звука .....	69

критическая .....	68	эффективный .....	160
мгновенная .....	39	Теплообменник .....	8
нагрева .....	112	Теплопередача .....	
нормальная .....	16	нестационарная .....	97
пульсационная .....	39	стационарная .....	97
распространения пламени .....	207	Теплопроводность .....	94
сверхзвуковая .....	69	Теплота .....	91
среднеимпульсная .....	49	Теплота сгорания топлива .....	182
среднерасходная .....	17	высшая .....	182
среднеэнергетическая .....	49	массовая .....	182
транспортная .....	76	низшая .....	182
характерная .....	58, 138	объемная .....	182
Сопло Лавалья .....	69	Теплотехника .....	6
Спектральная плотность потока		Тонкое теплотехническое тело .....	127
излучения .....	158	Топливо .....	180
Спектральная степень черноты .....	158	естественное .....	180
Способность тела .....		искусственное .....	180
отражательная .....	156	Труба Вентури .....	18
поглощательная .....	156, 162	Турбулентная вязкость .....	26
пропускательная .....	156	Турбулентность .....	22
Струйка тока .....	17	вязкий подслон .....	24
Струйный аппарат .....	86	поверхность раздела .....	22
Температура .....		пограничный слой .....	23
воспламенения топлива .....	205	Турбулентный вихрь .....	81
действительная .....	191	Угловая плотность .....	163, 164
калориметрическая .....	190	Угловой коэффициент .....	
стандартная .....		для собственного излучения .....	166
калориметрическая .....	191	для эффективного излучения .....	164
Температурная диаграмма .....	117	разрешающий .....	171
Температурный градиент .....	92	Угол раскрытия струи .....	82
Теорема .....		Угол раскрытия факела .....	212
импульсов Эйлера .....	40	Удельный расход теплоты .....	200
Теоретический расход .....	186	Уравнение .....	
Теория цепных реакций .....	203	Бернулли .....	18
Тепловая мощность .....		движения .....	33, 34, 137
максимальная .....	198	импульсов Эйлера .....	32, 85
минимальная .....	198	Кармана .....	37
общая .....	196	Кармана для .....	
полезная .....	197	гидродинамического .....	
потерь .....	196	пограничного слоя .....	141
средняя .....	198	Кружиллина для теплового .....	
усвоенная .....	196	пограничного слоя .....	141
холостого хода .....	197	Навье-Стокса .....	33, 34, 137
Тепловое сопротивление .....	100	неразрывности .....	17, 30, 35, 137
Тепловой пограничный слой .....		Прандтля .....	37, 145
Кружиллина .....	135	Рейнольдса .....	41
Тепловой поток .....	91	теплоотдачи для пограничного .....	
Тепловой поток излучения .....		слоя .....	136
отраженный .....	160	теплоотдачи Лайона .....	147
падающий .....	160	теплоотдачи при движении в .....	
поглощенный .....	160	круглом канале .....	136
результатирующий .....	160	теплопроводности Фурье .....	105
собственный .....	160	Фурье-Кирхгофа .....	136

энергии .....	136	тепловой диаграммы .....	122
Формула .....		Тимофеева .....	178
Блазиуса .....	47	Шлихтинга .....	82
Борда .....	56	Характерный размер тела .....	58, 138
Дарси–Вейсбаха .....	53	Экран .....	169
Менделеева .....	184	идеальный .....	169
Нуссельта .....	169	Элементарный телесный угол .....	163
Поляка .....	161	Энергия активации .....	203
Семикина .....	179	Эффективная длина луча .....	174
Сен-Венана .....	67	Яркость .....	164

## Литература

	Стр. ссылок в пособии
1. Metallургическая теплотехника. Т. 1. Теоретические основы: Учеб. для вузов / Кривандин В.А., Арутюнов В.А., Мاستрюков Б.С. и др. – М.: Металлургия, 1986. – 424 с.	14
2. Теоретические основы хладотехники. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов / Богданов С.Н., Бучко Н.А., Гуйко Э.И. и др. – М.: Агропромиздат, 1986. – 320 с.	21
3. Проблемы турбулентности. Сб. переводов статей. – М.: ОНТИ, 1936. – 275 с.	22
4. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. – М.: Иностранная литература, 1951. – 575 с.	22, 24
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учеб. для вузов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.	24, 38, 39, 39, 40, 43, 43, 148, 150, 152, 154
6. Альтшуль А.Д., Киселев Н.Г. Гидравлика и аэродинамика: Учеб. для вузов. – М.: Стройиздат, 1975. – 328 с.	24, 30
7. Аверин С.И. Механика газов и жидкости: Учебное пособие для вузов. – Днепропетровск: ДМетИ, 1975. – 228 с.	24, 43, 43
8. Повх И.Л. Техническая гидромеханика: Учебное пособие для вузов. – Л.: Машиностроение, 1976. – 504 с.	27, 40
9. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов / Аверин С.И., Минаев А.Н., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. – М.: Металлургия, 1987. – 304 с.	31, 37, 40, 51
10. Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1973. – 360 с.	31
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 784 с.	37
12. Газовая динамика / Рахматулин Х.А. и др. – М.: Высшая школа, 1965. – 722 с.	40
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.	43
14. Семикин И.Д. Динамика свободной струи // Научные труды ДМетИ. Вып. XIV. Производство стали. Днепропетровск, 1948. – С. 3-18.	49, 81
15. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Изд. 3. – М.: Мир, 1976. – 440 с.	53, 94
16. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическому сопротивлению фасонных и прямых частей трубопроводов. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 464 с.	57
17. Семикин И.Д. Закономерности факельного процесса сжигания газа // Научные труды ДМетИ. Вып. XXXIII. – К.: ДТВУ, 1955. – С. 83-103.	81, 83, 211, 211, 211, 212
18. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1976. – 888 с.	84
19. Metallургические печи. Ч. 1 / Под ред. М.А. Глинкова, – М.: Metallургия, 1964. – 440 с.	88
20. Кривандин В.А., Марков Б.Л. Metallургические печи. – М.: Metallургия, 1977. – 464 с.	88
21. Семикин И.Д., Свинолобов Н.П. Распределение и усреднение температур и тепловых потоков в теле при различных условиях нагрева // Научные труды ДМетИ. Вып. XXXIV. – ДТВУ: Киев, 1958. – С. 3-17.	114, 119, 120, 121
22. Семикин И.Д. Теоретические основы расчета нагревательных печей и колодцев // Сталь, 1937, № 12, С. 29-42.	115

23. Расчеты нагревательных печей. Под ред. Тайца Н.Ю. – К.: Техніка, 1969. – 540 с. 104, 123, 131
24. Свинолобов Н.П. Инженерная модель в теории теплопроводности в трактовке И.Д. Семикина // Металлургическая теплотехника. Сб. науч. трудов ГМетАУ (Энергетика. Металлургия). В 2-х томах. Т.2. – Днепропетровск: ГМетАУ, 1999. С. 226–235. 130
25. Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 934 с. 162
26. Теплообмен излучением в системах с лучепрозрачной средой / Присяжков В.Ф., Трофименко А.В., Свинолобов Н.П. и др. – Днепропетровск: ДГУ, 1998. – 240 с. 164, 165, 166
27. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. – М.: Госэнергоиздат, 1961. – 680 с. 166
28. Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Л.: Энергия, 1971. – 294 с. 166
29. Ключников А.Д., Иванцов Т.П. Теплопередача излучением в огнетехнических установках. – М.: Энергия, 1970. – 400 с. 170
30. Румянцев В.Д., Семикин И.Д. Теплообмен излучением в замкнутом пространстве, состоящем из трех серых тел и заполненном лучепоглощающей средой. ИФЖ, т. XIII, № 4, 1967, С. 463–467. 176
31. Семикин И.Д., Аверин С.И., Радченко И.И. Топливо и топливное хозяйство металлургических заводов. – М.: Металлургия, 1965. – 390 с. 203, 208, 208, 211, 212

# Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>Введение .....</b>	<b>6</b>
<b>Часть 1. Механика газов .....</b>	<b>12</b>
<b>Глава 1. Потенциальная и кинетическая энергия газов. Уравнение Бернулли.....</b>	<b>12</b>
1.1. Статическое и геометрическое давление.....	12
1.2. Скорость, объемный и массовый расход газа .....	14
1.3. Динамическое давление. Приведенная скорость .....	15
1.4. Уравнение энергии (уравнение Бернулли) при движении несжимаемого газа .....	17
1.4.1. Уравнение энергии для движения неизотермического газа .....	18
1.4.2. Уравнение Бернулли для несжимаемого газа, выраженное в избыточных давлениях и напорах.....	19
<b>Глава 2. Характер движения газов. Потери на трение и при местных сопротивлениях.....</b>	<b>21</b>
2.1. Ламинарное и турбулентное движение.....	21
2.2. Причины возникновения турбулентности .....	21
2.3. Вязкость. Критерий Рейнольдса .....	24
2.4. Пограничный слой у поверхности пластины. Картина процесса при входе потока в трубопровод.....	27
2.5. Основные уравнения в механике газов.....	29
2.5.1. Уравнение неразрывности .....	30
2.5.2. Теорема импульсов Эйлера.....	32
2.5.3. Уравнения движения для несжимаемого газа (жидкости) (уравнения Навье-Стокса).....	33
2.6. Уравнения Навье-Стокса для ламинарного пограничного слоя (уравнения Л. Прандтля).....	36
2.7. Интегральное уравнение Т. Кармана для ламинарного пограничного слоя .....	37
2.8. Уравнения Рейнольдса для турбулентного движения. Турбулентное касательное напряжение .....	39
2.9. Уравнения О. Рейнольдса для турбулентного пограничного слоя.....	44
2.10. Распределение скоростей в турбулентном пограничном слое по Л. Прандтлю .....	44
2.11. Расчет толщины турбулентного пограничного слоя на бесконечной пластине ( $W_z = 0$ ) по Т. Карману.....	47
2.12. Распределение скоростей в круглой трубе.....	48
2.12.1. Распределение скоростей, коэффициенты усреднения скоростей при ламинарном движении в круглой трубе.....	48
2.12.2. Теорема импульса Эйлера и уравнение Бернулли для всего потока.....	51
2.12.3. Распределение скоростей в круглой трубе при турбулентном течении .....	51
2.13. Потери на трение.....	53
2.13.1. Потери на трение при ламинарном течении .....	53
2.13.2. Потери на трение при турбулентном течении .....	54
2.14. Потери при местных сопротивлениях.....	55
2.15. Элементы теории подобия и моделирования.....	58
2.15.1. Уравнения Навье-Стокса в безразмерном виде. Критерии подобия для процессов движения жидкости и газов[5].....	58
2.15.2. Моделирование движения газов в печах [1] .....	62
<b>Глава 3. Истечение газов .....</b>	<b>64</b>
3.1. Истечение несжимаемого газа .....	64
3.2. Истечение сжимаемого газа .....	66
3.3. Сверхзвуковое сопло (сопло Лавалья).....	69
<b>Глава 4. Устройства для приведения газов в движение .....</b>	<b>71</b>
4.1. Тяга дымовой трубы.....	71

4.1.1. Расчет высоты дымовой трубы .....	72
4.1.2. Потери при опускании и при подъеме дыма в каналах .....	73
4.2. Центробежные вентиляторы .....	75
4.2.1. Устройство и принцип работы .....	75
4.2.2. Потребляемая мощность и коэффициенты полезного действия .....	77
4.2.3. Характеристики центробежных вентиляторов .....	77
<b>Глава 5. Картина и закономерности струйных процессов .....</b>	<b>81</b>
5.1. Свободная струя .....	81
5.2. Инжектор .....	84
5.3. Ограниченные струи .....	87
5.4. О движении газов в рабочем пространстве печей .....	89
<b>Часть 2. Теплопередача .....</b>	<b>91</b>
<b>Глава 6. Теплопередача при стационарном тепловом состоянии (СТС) .....</b>	<b>91</b>
6.1. Способы переноса теплоты .....	91
6.2. Совместная передача теплоты излучением и конвекцией. Суммарный коэффициент теплоотдачи .....	93
6.3. Передача теплоты теплопроводностью .....	94
6.3.1. Механизм передачи теплоты теплопроводностью .....	94
6.3.2. Температурный градиент. Гипотеза Био .....	95
6.4. Теплопередача в стационарном тепловом состоянии (СТС) .....	97
6.4.1. Распределение температур в стенке. Расчет теплопередачи в СТС. Тепловое сопротивление стенки .....	97
6.4.2. Расчет тепловых потерь печи .....	102
6.4.3. О расчете рекуператора .....	102
<b>Глава 7. Передача теплоты при нестационарном тепловом состоянии .....</b>	<b>105</b>
7.1. Дифференциальное уравнение теплопроводности (ДУТ) .....	105
7.2. Основные закономерности в теории симметричного нагрева .....	110
7.2.1. Важнейшие температуры в теле .....	110
7.2.2. Связь массовой скорости нагрева с тепловым потоком на поверхности тела .....	112
7.2.3. Связь перепада температур в теле с плотностью теплового потока на поверхности тела .....	114
7.2.4. Распределение температур в регулярном режиме нагрева при $q_{\text{нр}} = \text{const}$ .....	117
7.2.5. Распределение плотности теплового потока внутри тела при различных условиях нагрева .....	119
7.2.6. Расчет среднемассовой температуры тела при различных условиях нагрева .....	120
7.2.7. Расчет продолжительности нагрева .....	122
7.2.8. Определение длительности начального инерционного периода нагрева .....	123
7.2.9. Расчет глубины прогретого слоя S. Коэффициенты $K_2$ и $K_3$ в начальном инерционном периоде нагрева .....	125
7.2.10. Изменение температуры поверхности тела в начальном инерционном периоде нагрева. Скорость нагрева поверхностного слоя при $\tau \rightarrow 0$ .....	125
7.2.11. Нагрев в жидких средах .....	126
7.2.12. Расчет нагрева "тонких" тел по аналитическим решениям .....	127
7.2.13. Учет изменяемости $\alpha$ , $\lambda$ , $c$ в процессе нагрева .....	129
7.2.14. Уточненные диаграммы процесса нагрева .....	130
7.3. Решения ДУТ для важнейших режимов нагрева .....	131
<b>Глава 8. Конвективный теплообмен .....</b>	<b>134</b>
8.1. Закон Ньютона .....	134
8.2. Система дифференциальных уравнений для описания конвективного теплообмена .....	135



8.3. Уравнения конвективного теплообмена в безразмерном виде. Критериальные уравнения для расчета $\alpha_k$ .....	137
8.4. Уравнения конвективного теплообмена для ламинарного пограничного слоя.....	140
8.5. Интегральные уравнения для ламинарного пограничного слоя.....	141
8.6. Уравнения конвективного теплообмена для турбулентного пограничного слоя.....	142
8.7. Теплопередача в турбулентном пограничном слое. Аналогия Рейнольдса.....	144
8.8. Теплоотдача при вынужденном течении в трубах.....	145
8.9. Интегральное уравнение теплоотдачи Лайона при стабилизированном течении в трубах.....	147
8.10. Теплоотдача при турбулентном течении в каналах.....	148
8.11. Теплоотдача при поперечном омывании одиночной трубы и пучков труб [5].....	148
8.12. Теплоотдача при поперечном омывании пучков труб [5].....	150
8.13. Теплоотдача при свободном течении жидкости [5].....	152
8.14. Отдельные задачи конвективного теплообмена [5].....	154
<b>Глава 9. Теплообмен излучением.....</b>	<b>156</b>
9.1. Поглощательная, отражательная и пропускательная способность реальных твердых тел и газов.....	156
9.2. Основные законы излучения АЧТ.....	157
9.2.1. Закон Планка.....	157
9.2.2. Закон Стефана-Больцмана.....	158
9.2.3. Излучение реальных тел.....	158
9.3. Классификация тепловых потоков. Формула Поляка.....	160
9.4. Закон Кирхгофа. Спектральная и интегральная поглощательная способность тела при равновесном и неравновесном излучении.....	161
9.5. Угловая плотность. Яркость.....	163
9.6. Угловые коэффициенты излучения.....	164
9.7. Расчет теплообмена в простейшей печной системе при отсутствии лучепоглощающей среды.....	167
9.8. Теплообмен при наличии экранов.....	169
9.9. Теплопередача в системе из трех поверхностей. Излучение через отверстия в кладке печей.....	170
9.10. Теплообмен в простейшей печной системе с излучающим газом.....	171
9.10.1. Излучение $\text{CO}_2$ и $\text{H}_2\text{O}$ .....	171
9.10.2. Закон Бугера. Спектральная поглощательная и излучательная способность.....	172
9.10.3. Эффективная (средняя) длина луча.....	173
9.10.4. Расчет теплообмена в системе Поляка из двух серых изотермических поверхностей при наличии серого газа.....	176
<b>Часть 3. Глава 10. Топливо и его сжигание.....</b>	<b>180</b>
10.1. Классификация и состав топлива.....	180
10.1.1. Состав топлива.....	181
10.2. Теплота сгорания топлива.....	182
10.2.1. Высшая и низшая теплота сгорания топлива.....	182
10.2.2. Теплота сгорания важнейших компонентов газообразного топлива.....	184
10.2.3. Расчет теплоты сгорания топлива.....	184
10.2.4. Условное топливо.....	185
10.3. Расчеты процесса горения.....	186
10.4. Калориметрическая температура продуктов горения.....	190
10.5. Тепловой баланс печи.....	192
10.5.1. Тепловой баланс печи непрерывного действия.....	192
10.5.2. Тепловые мощности. Коэффициент использования теплоты топлива.....	196
10.5.3. Тепловой баланс и тепловые мощности печи периодического действия.....	198

10.5.4. Влияние теплотехнических факторов на производительность печи и показатели теплоиспользования .....	199
10.6. Влияние теплотехнических факторов на $t_{\text{кал}}$ и $\eta_{\text{хим.кит}}$ .....	201
10.7. Основы теории горения [31] .....	203
10.7.1. Понятие о цепных реакциях .....	203
10.7.2. Воспламенение топлива. Температура воспламенения .....	205
10.7.3. Пределы воспламенения .....	206
10.7.4. Распространение пламени в газоздушных смесях .....	207
10.8. Элементы теории факела .....	208
10.8.1. Способы сжигания газов [31] .....	208
10.8.2. Методы сжигания газов [31] .....	208
10.8.3. Ламинарный и турбулентный факел .....	209
10.8.4. Длина турбулентного факела [17] .....	211
10.8.5. Факторы, влияющие на длину свободного факела [17] .....	212
10.8.6. О длине факела в рабочем пространстве печи .....	216
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>217</b>
<b>Литература .....</b>	<b>221</b>
<b>Содержание .....</b>	<b>223</b>

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**СВИНОЛОБОВ** Микола Петрович, канд. техн. наук, професор  
**БРОВКІН** Володимир Леонідович, канд. техн. наук, доцент

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТАЛУРГІЙНОЇ ТЕПЛОТЕХНІКИ  
Навчальний посібник

Російською мовою

Редактор **Р.О. Лазарєва**  
Художній редактор **В.В. Якименко**  
Технічний редактор **В.Л. Бровкін**  
Коректор **В.М. Оришій**  
Комп'ютерний набір **С.В. Бровкіна**

Здано на складання 00.00.00. Підписано до друку 00.00.00. Формат 60x84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times. Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 0,00. Умовн. фарб.-відб. 0,00. Обл.-видавн. арк. 00,00. Наклад 300 прим. Замовлення №

Видавництво "Пороги", 49000, м. Дніпропетровськ, пр. К. Маркса, 60  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
Серія ДК № 7 від 21.02.2000.

КП "Нікопольська друкарня", 53219, Дніпропетровська обл.  
м. Нікополь, вул. Електрометалургів, 21  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
Серія ДП № 21 від 25.07.2000.

- Свинолобов М.П., Бровкін В.Л.**  
С 24 Теоретичні основи металургійної теплотехніки: Навчальний посібник. – Дніпропетровськ: Пороги, 2002. – 226 с.

ISBN 000-000-000-0

Навчальний посібник представляє із себе короткий виклад матеріалу по теоретичних основах металургійної теплотехніки. Включає основні частини: механіка газів, теплопередача, основи технології нагрівання й охолодження тіл, конвективний і променистий теплообмін, паливо і його спалювання.

Призначено для студентів вузів, що навчаються за фахом "Промислова теплотехніка".

ББК 34.32



**Свинолобов Николай Петрович** родился в 1928 г. В 1951 г. окончил Днепродзержинский вечерний металлургический институт по специальности "металлург-сталеплавильщик". В 1951 - 1953 годах работал в мартеновском цехе № 1 завода им. Кирова (г. Макеевка, Украина) подручным разлильщика, подручным сталевара, мастером и начальником смены. В 1953-1956 годах учился в аспирантуре ДМетИ у профессора И.Д. Семикина – крупнейшего ученого в металлургической теплотехнике, основателя Днепропетровской теплотехнической школы. Кандидатская диссертация посвящена вопросам нагрева и плавления массивных тел. Это направление является и ведущим в научной деятельности Н.П. Свинолобова. Много внимания уделяет и внешнему теплообмену, интенсификации конвективного теплообмена при струйном нагреве в печах методического типа, организации рециркуляции продуктов горения, улучшению работы мартеновских печей и регенеративных нагревательных колодцев. Важнейшие работы: "Расчеты нагревательных печей" (в соавторстве) – 1967 г.; "Методы численного решения и математического моделирования процессов теплопроводности" (в соавторстве) – 1974 г.; "Решения общих задач симметричного и несимметричного нагрева пластины методом разделения переменных Фурье" – 1997 г.; "Теплообмен излучением в системах с лучепрозрачной средой" (в соавторстве) – 1998 г. Автор более 50 научных работ и 20 изобретений. С 1994 г. – профессор кафедры теплотехники и экологии металлургических печей Национальной металлургической академии Украины.



**Бровкин Владимир Леонидович** родился в 1957 г. В 1980 г. окончил Ивановский энергетический институт (Россия) по специальности "промышленная теплоэнергетика" (кафедра газопечной теплотехники). В 1980-1983 годах обучался в аспирантуре Днепропетровского металлургического института под руководством профессора В.И. Губинского. Научные интересы связаны с математическим моделированием процессов теплообмена в нагревательных печах и созданием на металлургическом заводе комбинированных технологий в цепочке: сталь - прокат - термообработка. После защиты кандидатской диссертации работал сначала младшим, затем – старшим научным сотрудником, а с 1992 года – доцентом кафедры теплотехники и экологии металлургических печей Национальной металлургической академии Украины. Опубликовал 15 статей и одну монографию "Моделирование нагревательных печей и их элементов" (1993).